

СОДЕРЖАНИЕ

Наш опрос 2

Методическая консультация

*Л. Рослова, С. Суворова,
Л. Кузнецова, С. Минаева*

Влияние современного социума
на обучение математике
в основной школе 3–16

Мнение

Н. Розов

Курс математики
общеобразовательной школы:
сегодня и послезавтра 17–22

Проверка знаний

*Лаборатория математического
образования ИСМО РАО*

Анализ качества подготовки
российских учащихся
по математике 23–29

За рубежом

Julie Fry, Gary Cheng, Michael Hokom

Обзор системы
образования США 31–36

М. Башмаков

Мы учим и учимся математике
в нашем общем доме — Европе 37–40

Школьный учебник

М. Башмаков

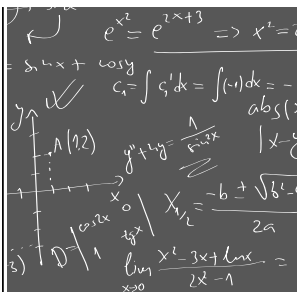
Учитель и учебник 41–43

Информация 43

Мнение

М. Башмаков

Что такое школьная
математика? 11–14



ЛЕТНИЙ ТЕМАТИЧЕСКИЙ НОМЕР

Математическое образование сегодня и завтра

**Жизнь украшается двумя вещами:
занятием математикой и ее преподаванием**
С. Пуассон

Индексы подписки:
каталог агентства «Роспечать» 32 030 (для индивидуальных подписчиков) 32 594 (для организаций)
каталог агентства «Почта России» 79 073 (для индивидуальных подписчиков) 79 583 (для организаций)

№ 14
16–31 ИЮЛЯ
2010

МАТЕМАТИКА

АНКЕТА

для учителей математики, методистов и преподавателей математики высшей школы

Просим Вас принять участие в обсуждении изменений, которые предлагается внести в систему государственной (итоговой) аттестации по математике в 9-м классе. Для этого заполните, пожалуйста, прилагаемую анкету.

✦ Для ответа на вопрос выберите из приводимых вариантов ответа те, с которыми Вы согласны (в вопросах 1, 3, 6 можно выбирать несколько вариантов), и обведите их номера.

✦ Вы также можете дополнить свои ответы, записав то, что считаете нужным, в отведенном для этого месте.

✦ Все прочие соображения и пожелания Вы можете изложить в поле «Ваши предложения».

Обсуждается:

- 1) введение в 9-м классе экзамена по математике, включающего вопросы и по курсу алгебры и геометрии;
- 2) проведение экзамена в 2 этапа:

1-й этап	2-й этап
Проверка достижения уровня базовой подготовки	Проверка на повышенных уровнях
Проводится в конце апреля	Проводится в конце мая – начале июня
Обязательный для всех	Для прошедших 1-й этап; решение об участии или неучастии во 2-м этапе принимает учащийся

I. Общие сведения

1. Кем Вы работаете в системе образования:

- 1) учитель математики
- 2) преподаватель педагогического вуза
- 3) методист
- 4) руководитель образовательного учреждения
- 5) другое _____

2. Ваш стаж педагогической работы:

- 1) менее 10 лет
- 2) от 10 до 20 лет
- 3) более 20 лет

3. В каких классах Вы работаете / работали:

- 1) общеобразовательные
- 2) с углубленным изучением математики
- 3) с углубленным изучением предметов
- 4) коррекционные
- 5) другое _____

4. Знакомы ли Вы с государственной (итоговой) аттестацией девятиклассников в новой форме:

- 1) знаком, принимал участие
- 2) знаком, но участия не принимал
- 3) не знаком

II. Отношение к обсуждаемым вопросам

5. Ваше отношение к замене обязательного экзамена по алгебре на обязательный экзамен, включающий задания по алгебре и по геометрии:

- 1) поддерживаю полностью
- 2) в целом поддерживаю
- 3) не поддерживаю
- 4) определенной позиции не имею

6. С какими утверждениями относительно введения экзамена по математике Вы согласны:

- 1) Это хорошо, т.к. повысится статус геометрии как учебной дисциплины
- 2) Это плохо, т.к. приведет к перегрузке учащихся при подготовке к экзамену
- 3) Это хорошо, т.к. даст возможность проверить общематематическую подготовку у каждого ученика
- 4) Это плохо, т.к. включение геометрии – объективно трудного предмета – сделает экзамен непосильным для значительной части учащихся
- 5) Это хорошо, т.к. повысится уровень геометрической подготовки учащихся
- 6) Это плохо, т.к. понизится уровень арифметико-алгебраической подготовки учащихся
- 7) Это хорошо, т.к. повысится уровень математической подготовки в целом
- 8) Это плохо, т.к. приведет к потере устного экзамена по геометрии
- 9) Это хорошо, т.к. сближаются подходы ГИА с подходами, принятыми в ЕГЭ
- 10) Это плохо, т.к. сближаются подходы ГИА с подходами, принятыми в ЕГЭ
- 11) Это плохо, т.к. геометрия исключается из числа экзаменов по выбору (например, ученик, ориентированный на профильное изучение математики в старшей школе, будет вынужден сдавать непрофильный предмет)

7. Поддерживаете ли Вы идею проведения итоговой аттестации по математике в два этапа:

- 1) да
- 2) скорее да, чем нет
- 3) нет
- 4) скорее нет, чем да

Ваши предложения

А. РОСЛОВА, С. СУВОРОВА, А. КУЗНЕЦОВА, С. МИНАЕВА,
Москва

Влияние современного социума на обучение математике в основной школе

Образование как функция социума

Современное массовое, всеобщее образование — это технологизированная деятельность, которая предполагает равные возможности для всех обучаемых, взаимозаменяемость и взаимосогласованность основных технологических элементов. Она приобрела черты законченности в XX в., когда во всех развитых странах была ликвидирована безграмотность, и продолжает свое развитие в наши дни с внедрением новых технологий. Технологизированная образовательная деятельность результативна и устойчива, но одновременно консервативна и не адаптивна, поэтому регулярно, через каждые 15–20 лет, происходят кризисы национальных систем образования и их перманентное реформирование. Периодические кризисы в сфере образования всегда заканчиваются паллиативными решениями, а перманентное реформирование крайне непоследовательно. Это связано с тем, что реформы не решают сущностных проблем образования.

Источником проблематичности и парадоксальности образования является взаимодействие двух субъектов — социума и индивидуума. Социум (в лице учителя) — носитель нормативной культуры, требует, обязывает, понуждает, часто действует догматически, поощряет типичное усредненное поведение. У личности — свои мотивы и предпочтения, при этом личность нуждается в образовании для преодоления социального неравенства, для самореализации, образованность всегда была и есть социальным признаком. Результатом взаимодействия социума и личности всегда является компромисс.

Проблематика образования становится особенно актуальной темой общественных отношений в переломные моменты жизни социума, в кризисных ситуациях, при изменении направления развития. Новое разрушает традиционные формы жизни, возникает необходимость нового осмысления деятельности образования и всего

связанного с ним комплекса общественных отношений. Образованность была, есть и будет подлинным капиталом и главным ресурсом общества, но каждый раз необходимо заново переосмысливать, что такое *образованный человек*.

В изначальном смысле слово «образование» означает *обретение личностью образа мира и своего места в нем*. Главная особенность современного мира — это стремительная изменчивость, динамизм. Именно эта особенность определяет социальный заказ к образованию: современное образование должно быть ориентировано, прежде всего, на формирование способности личности успешно функционировать в быстро меняющихся условиях жизни.

В заключительном документе Дакарской конференции говорится: «Экономические, социальные и другие преобразования, захлестнувшие человечество в последние годы, потребовали пересмотра вопроса о том, какие знания, навыки и ценности необходимы для успеха в жизни. Движение к более открытым и демократическим обществам породило потребность в таком обучении, которое выходит за пределы академической программы и усвоения фактов и ставит акцент на решение проблем и неограниченный поиск. Бурное развитие коммуникационных и информационных технологий требует более интерактивных и поисковых форм обучения, а ускоряющиеся темпы изменений особо подчеркивают актуальность принципа "Век живи — век учись"».

Теперь все больше осознается, что основой прогрессивного развития каждой страны и всего человечества в целом является сам человек, его нравственная позиция, многоплановая природосообразная деятельность, его культура, образованность, профессиональная компетентность. Это обстоятельство меняет приоритеты в построении содержания образования, смещает акценты с общественных компонентов на личностные.

Математическое образование в современном социуме

Математика на протяжении всей истории человечества являлась частью человеческой культуры и базой для научного и технического прогресса. Приведем лишь один пример, описанный Г. Штейнгаузом: «В XVII веке Декарт открыл аналитическую геометрию, позволившую его последователям заниматься так называемой проблемой касательных, т.е. задачей определения положения прямой, касающейся данной кривой линии. Из этой проблемы выросло дифференциальное и интегральное исчисление Лейбница и Ньютона, что позволило Ньютону проверить, применима ли его теория взаимного притяжения тел к движению планет. Согласие этого движения с теорией убедило физиков в справедливости принципов ньютоновской механики, а применение этой механики к земным физическим явлениям положило начало современной физике. Всё это стало основой современной техники, которая (главным образом благодаря небывалому совершенствованию средств коммуникации и замене ручного производства машинным) повлекла за собой изменение материальной культуры, изменила распределение благ, что в результате привело к социальному расслоению, образованию новых классов, новых политических систем, взглядов и нравов. Историк упрекнёт нас за эти рассуждения и скажет, что к столь далеко идущим последствиям привело не что иное, как открытие новых континентов, но эти открытия (например, географические открытия венецианцев) не имели бы особого значения без существенного прогресса навигационного искусства, который был бы невозможен без развития астрономии и оптики, то есть без наук, неразрывно связанных с математикой».

Математика занимает в системе наук особое место. Если считать, что изучает она, в конечном счете, природу, то это дает основания отнести ее к естественным наукам, но в отличие от других наук о природе она пользуется не методами наблюдения и эксперимента, а дедуктивным методом, носящим чисто умозрительный характер, и это сближает ее с гуманитарными науками. Неудивительно, что в докладе ЮНЕСКО *математическая компетентность* названа в числе ключевых компетенций, которыми должен владеть современный человек.

Математика остается основой современного знания и играет при этом все возрастающую роль. Широко известен хрестоматийный пример — открытие планеты Нептун, сделанное сначала математически, а затем уже нашедшее экспериментальное подтверждение. Назовем лишь несколько примеров приложения математических теорий к

современным проблемам из разных областей науки и техники. Способ шифрования, используемый в обыкновенных банковских картах, — это не что иное, как приложение алгебраической геометрии над конечным полем. Современные биологические представления укладываются в топологическую теорию. На базе теоретических исследований уравнений в частных производных построены модели распространения циклонов, торнадо, цунами. В основе создания первых цифровых электронных машин лежала идея универсальной машины Тьюринга, а использование бесконтекстных языков — формальных математических объектов — позволило перейти от программирования в кодах к языкам высокого уровня.

Влияние математики усиливается не только в естествознании, но в гуманитарных и социальных науках. Наряду с классическими разделами математики используются и более новые — теория информации, теория игр, оптимальное управление, теория катастроф и пр. Проникают во все сферы человеческой деятельности и математические методы познания, описания и преобразования действительности, прежде всего — метод математического моделирования.

Математическое образование всегда являлось неотъемлемой частью образования. *Всеобщая математическая грамотность и наличие высоко профессиональных математиков, способных работать, в том числе и на стыке различных научных областей, — необходимое условие развития современного социума.*

Обеспечение математической грамотности всех членов общества связано с особенностями функционирования человека в информационно-технологическом мире, причем как в профессиональной, так и бытовой сфере. Так, например, важность финансовой математики для предпринимателя и экономиста очевидна, но и простым гражданам желательно знать ее основы, чтобы уметь прогнозировать свои выгоды и потери от различного рода финансовых и коммерческих операций.

Овладение практически любой современной профессией требует тех или иных знаний по математике; в последние годы наметилась устойчивая тенденция проникновения математических методов в такие науки, как история, филология, не говоря уже о лингвистике, психологии, социологии. Поэтому круг лиц, которые в своей профессиональной деятельности должны применять математику, расширяется. При этом в нашей стране нет системы преподавания математики

гуманитариям. Например, обучение социологической математике часто сводится к обучению применять соответствующие программные продукты. Это приводит к тому, что, используя в своих исследованиях сложные математические методы, социологи не задаются вопросом об адекватности их применения; отсутствие необходимой математической компетенции создает превратное представление о возможностях этих методов и иллюзию, что использование программных пакетов может заменить овладение заложенными в них математическими методами.

В то же время без решения задачи всеобщей математической грамотности невозможно и решение задачи воспитания специалистов — профессионалов в области математической деятельности, потребность в которых постоянно возрастает.

Нельзя забывать и о вкладе, который вносит изучение математики в развитие познавательных процессов и интеллектуальных возможностей учащихся, в частности, оно тренирует гибкость и адаптивность мышления и развивает способность к абстрагированию. Кроме того, изучение математики способствует развитию определенных

качеств личности, необходимых современному человеку. Например, умение концентрироваться: ставить цель и последовательно достигать ее. Вот что пишет по этому поводу английский математик Л. Морделл: «Изучение математики осложняется многими факторами. Чтобы следить за математическими аргументами, даже если они коротки, обычно требуется огромная концентрация внимания. Но часто вывод требует длинного доказательства, содержащего много промежуточных результатов. С трудом продираясь через эту чащу, причём не видя никакой связи с окончательной формулировкой теоремы в этих результатах, а часто и забывая их, читатель начинает постепенно переутомляться массой деталей. Требуется большое усилие, чтобы уловить основную идею вывода и увидеть всё доказательство в целом». Современный человек должен воспитать в себе умение принимать решения, осознавать и исправлять свои ошибки, а для этого необходимо упорство, умение добиваться желаемого, изобретательно чередуя методы. Недаром в конце 80-х годов «первая волна» российских бизнесменов во многом состояла из математиков.

Проблемы школьного математического образования

Современное российское общество понимает важность математического образования подрастающего поколения, признает его необходимость. Это находит отражение хотя бы в том, что математика является обязательным предметом на всех этапах школьного обучения с 1-го по 11-й класс, причем на старшей ступени — независимо от выбранного профиля. Кроме того, экзамен по математике входит в число обязательных как в 9-м, так и в 11-м классе. Знаменательно, что когда в связи с введением профильного обучения в начале 90-х годов XX в. встал вопрос о возможности исключения математики из учебного плана старшей школы для классов гуманитарного направления, этому воспротивилась общественность.

Однако систему математического образования в нашей стране отличает целый ряд проблем, свидетельствующих о весьма неблагоприятном положении дел, с кризисом ее состояния.

Эти проблемы во многом обусловлены причинами социального характера. Они относятся к разным аспектам обучения математике в школе. Некоторые из них присущи всей системе российского образования, другие — проблемы собственно обучения математике.

Весьма серьезный дефект национальной системы образования в целом — это *недостаточная*

временная протяженность обучения в школе. В мире сформировался определенный международный стандарт общего среднего образования, рассчитанный на 12 лет. У нас же введение 12-летнего образования отложено на неопределенный срок из-за причин социального характера, поэтому сходный объем содержания изучается за 10–11 лет. Это приводит к неоправданной интенсивности учебного процесса, перегрузке школьников, ухудшению их морального и физического состояния. В результате качество среднего образования оказывается низким; постоянная «гонка» не позволяет создавать адаптивные условия для учета индивидуальных способностей школьников. Это особенно пагубно для математического образования, поскольку математика — объективно трудный предмет, ее изучение всегда строится с опорой на пройденное ранее, а если это пройденное не осознано, не усвоено, то незнание растет как снежный ком, и изучение математики становится в принципе невозможным.

Помимо общего недостатка времени на обучение в школе, произошло *резкое сокращение учебных часов, отведенных на изучение математики.* Основанием для этого послужила общая тенденция гуманитаризации образования. Безусловно, идея гуманитаризации весьма акту-

альна для современного общества, но только если ориентироваться на философскую трактовку этого понятия, предполагающую изменение смысла образования, акцентирование «человеческого вектора» в содержании. К сожалению, в период реформирования гуманитаризация трактовалась узко — как увеличение удельного веса в учебном плане гуманитарных дисциплин.

Сокращение времени на изучение математики оказалось пагубным еще и потому, что практически не было сокращено содержание обучения. Более того, школьный курс, по вполне объективным причинам, пополнился некоторыми новыми вопросами. В силу этого школьное математическое образование не отвечает важнейшему критерию формирования школьных курсов, каковым является соответствие объема содержания учебному времени, отводимому на его изучение.

Следующая проблема на первый взгляд парадоксальна: *в обществе, где математическое образование объявлено всеобщим, нет культуры обучения всех, то есть обучения каждого*. Однако ситуация парадоксальна только на первый взгляд, ведь идея гуманизации отношений, объявление личности человека главной ценностью, в сущности является лишь «декларацией о намерениях». Точно так же гуманизация образования на сегодняшний день — лозунг, который не стал руководством к действию, основой реально действующей технологии.

В условиях «обучения всех» надо, прежде всего, научить каждого. Но ни для кого не секрет, что значительная часть учащихся не осваивает содержания предлагаемого курса математики и оканчивает основную школу с «нулевой» математической подготовкой. Особенно очевидным это стало с введением независимой системы контроля за учебными достижениями выпускников основной и старшей школы. Так, по официальным данным с экзаменом по алгебре в 9-м классе в ряде регионов не справляются более 20% школьников. Это будущие граждане, которые в школе не достигают уровня элементарной функциональной грамотности. Дж. Дьюи провел как-то аналогию между преподаванием-учением и продажей-покупкой. Так вот, ситуация «продавал, когда никто не покупал», аналогична в данном случае ситуации «учил, когда никто не учился». Задача современного учителя — *не учить всех, а научить каждого*.

Тревожно то, что общество не ставит вопрос о поиске радикальных путей исправления сложившейся ситуации, а как бы приспосабливается к ней. Признаков тому много: учителя, которые

не могут научить, противятся введению независимой системы итоговой аттестации; родители, понимающие, что школа не может дать их детям необходимые знания, прибегают к услугам репетиторов; учащиеся лишь формально принимают участие в экзамене, выбирая варианты ответа наугад; специалисты, отвечающие за проведение экзамена, закрывают глаза на использование выпускниками сотовых телефонов и другие нарушения процедуры экзамена.

У обсуждаемой проблемы есть и другой, противоположный аспект — обучение тех, у кого проявляются потенциальные возможности для более основательного освоения математики, развитие математических способностей таких школьников. Традиционно в нашей стране с этой целью организуются классы с углубленным изучением математики. Но если в прошлом такие школы и классы организовывались по избирательному принципу и в основном в старшем звене, то теперь они стали явлением массовым: усложненные и расширенные математические курсы широко преподаются и в среднем звене, начиная с 7-го класса или даже раньше. Это говорит о непродуманной и с психологической точки зрения неграмотной политике школьных работников: в классах «ранней фуракции» дети нередко демонстрируют невысокий уровень обученности и развития. Причиной этого служит переоценка возможностей детей, неучет сензитивных периодов при отборе содержания обучения, отсутствие у детей этого возраста устойчивого интереса к математике, необходимой мотивации для преодоления интеллектуальных трудностей. Как утверждают психологи и дидакты, *ранняя специализация, осуществляемая на низких ступенях образованности, сужает и ограничивает возможности личности в развитии и продвижении в обучении, а не расширяет их*.

Рассмотренные явления свидетельствуют о том, что в практике преподавания математики в школе *не используются современные образовательные технологии дифференцированного обучения*, позволяющие каждому ученику достигнуть уровня минимально необходимых требований, а тем, кто проявляет интерес к математике, получить подготовку, соответствующую их возрасту, желаниям и способностям.

Наконец, еще одна тревожная тенденция, требующая серьезного обдумывания и принятия адекватных мер: *хотя в обществе провозглашена значимость математического образования для современного человека, у многих «потребителей» математических знаний налицо их девальвация*.

Этому способствует целый ряд факторов, обусловленных и нашими социально-экономическими условиями, и особенностями отечественного школьного математического образования. Так, отрицательную роль играет направленность на демократизацию общественных отношений: без специальных «ограничительных» условий демократия трансформируется в анархию — слово «должен» не воспринимается многими школьниками; заразительны негативные примеры — успешность в бизнесе малообразованных людей. В связи с новыми информационными технологиями стремительно уменьшается потребность в навыках, тогда как наше обучение ориентировано в основном на алгоритмическую сторону изучаемого материала. Безусловно, важным фактором для потери стимула к учению у многих учащихся является недоступность изучаемого содержания, нереалистичность предъявляемых требований; сюда же следует отнести и то, что не каждый учитель владеет образовательными технологиями, обеспечивающими формирование опорных знаний, позволяющих успешно продвигаться по курсу математики.

Еще один принципиальный фактор, связанный с низкой психолого-педагогической культурой тех, кто учит, — отсутствие целенаправленной мотивации. Усвоение знаний индивидуумом невозможно без его эмоциональной включенности и в учебную деятельность, и в информационный слой отношений членов учебного коллектива.

Содержание математического образования в основной школе в аспекте требований современного социума

Интеллектуальная личность, как результат образования, в общих чертах характеризуется двумя основными параметрами. Первый — это *эрудиция человека*, совокупность конкретных знаний, приобретенных в результате обучения. Второй — это *уровень развития личности*.

Традиционно школьное образование, в том числе и математическое, ориентировано на реализацию «знаниевого» подхода, что в связи со стремительным развитием современных технологий неизбежно предопределяет его экстенсивный характер. Эта образовательная парадигма перестала соответствовать потребностям общества: современное состояние науки и общества, научно-технический и социальный прогресс, увеличение по экспоненциальному закону объема новой информации резко сокращает долю знаний, получаемых человеком в школе, по отношению к информации, которая реально будет ему необходима для полноценной деятельности в будущем.

Приемы включения учащихся в учебную работу разнообразны, но они ситуативно обусловлены и не могут быть одними и теми же у младших школьников и у подростков 10–15 лет; кроме того, необходимо их «согласование» с содержанием обучения. Однако учителя, понимая необходимость мотивации, создания позитивного эмоционального фона, нередко нарушают эти простые истины. В частности, они не учитывают, что ведущей деятельностью в подростковом возрасте является деятельность общения, а не учебная деятельность. Отсюда следует, что формы организации учебного процесса должны согласовываться с этой возрастной психологической особенностью подростков, например, за счет активного использования групповых методов работы, проведения учебных исследований, выполнения проектов. Эти методы позволяют им работать в коллективе, где они могут проявить свои личностные качества и индивидуальные способности.

Рассмотренные проблемы — это серьезные «болевые точки» школьного математического образования. Их характер таков, что приходится констатировать несоответствие школьной математики социально-экономическим запросам современного общества. Перманентная модернизация обучения математике, проводимая в рамках общей модернизации системы образования, носит поверхностный характер, не затрагивает существенных аспектов указанных проблем и не дает импульса к позитивным изменениям.

Так как задача сообщения человеку в период получения среднего и высшего образования объема информации, достаточной для его будущей деятельности, оказывается нереальной, то на первый план выходит задача интеллектуального развития личности. Высокий уровень интеллектуального развития, прежде всего интеллектуальной восприимчивости, предопределяет способность к самостоятельному поиску и усвоению новой информации и тем самым является необходимым условием для адаптации человека к изменяющимся обстоятельствам. При таком подходе «знания» переходят в обучении из ранга стратегических понятий в ранг тактических; они становятся средством интеллектуального развития учащихся.

Ориентация школьного математического образования на формирование интеллектуальной личности означает использование гуманитарного потенциала математики для решения задач образования. Иными словами, в общеобразовательной

школе «математическое образование» необходимо, в соответствии с требованиями времени, заменить на «образование математикой». Идея гуманитаризации математического образования должна стать основополагающим принципом, задающим направление преобразования всех компонентов его методической системы. Покажем возможные пути такого преобразования на примере содержания обучения математике в основной школе.

По словам Г.В. Дорофеева, «содержание школьного математического образования представляет собой социально необходимое и дидактически обоснованное отражение определенной совокупности компонентов математической науки в учебном предмете «Математика». На этапе основной школы предполагается относительно завершённое математическое образование, которое призвано создать базу для продолжения образования в полной средней школе. Предметными целями изучения математики на этой ступени являются:

- изучение рациональных чисел (целых и дробных, положительных и отрицательных) и выработка соответствующих навыков вычислений, знакомство с операцией извлечения квадратного корня и получение начальных представлений об иррациональных числах;

- знакомство с буквенным исчислением и формирование формально-оперативных навыков (степени с натуральным и целым показателями, многочлены, алгебраические дроби, выражения с радикалами);

- овладение аппаратом уравнений и неравенств (линейные, квадратные рациональные уравнения, системы линейных уравнений с двумя переменными и системы, в которых одно уравнение второй степени, линейные неравенства с одной переменной и их системы);

- формирование общих представлений о функциях и изучение свойств некоторых элементарных функций;

- систематическое изучение свойств геометрических фигур на плоскости и знакомство на наглядном уровне с пространственными телами; рассмотрение геометрических величин;

- знакомство с декартовыми координатами и простейшими элементами аналитической геометрии, а также с элементами векторной алгебры;

- знакомство с начальными понятиями теории вероятностей и статистики.

Те разделы математики, которые отражены в приведенном перечне, имеют весьма солидный

возраст. Так, истоки такого важнейшего понятия, как «целое положительное число», относятся к доисторическим временам. Позиционная система записи чисел и основанные на ней способы выполнения арифметических действий изобретены индийскими учеными в первых веках нашей эры. Большая часть школьного курса геометрии — наследие Древней Греции. Школьная алгебра восходит в основном к XVI в. и временам еще более ранним. Исключение составляют элементы теории вероятностей и статистики, оформившиеся как научная область в XX в.

Возникает вопрос: не устарело ли это содержание в наши дни? Нет. Как отмечает А.В. Гладкий, «основное ядро начальных глав математики поистине вечно». Он сравнивает математику с многоэтажным зданием, верхние этажи которого опираются на нижние. Кто хочет хоть в какой-то степени овладеть математикой, должен выстроить подобное здание у себя в голове, пусть даже совсем небольшое. Но пока не возведены нижние этажи, нельзя приниматься за верхние.

Конечно, «здание математики» все время перестраивается, и даже в самые элементарные ее разделы проникают новые идеи и методы. Это отражается и на содержании школьного курса: при сохранении фундаментальных разделов их содержательно-методическое воплощение с течением времени обновляется, отражая новые жизненные рамки и педагогические концепции. Примером же достаточно радикального изменения содержания математического образования в наши дни служит включение в курс в 2004 г. элементов теории вероятностей и статистики.

В то же время следует признать, что форма предъявления содержания образования не отвечает требованиям сегодняшнего дня, современной педагогической идеологии. Форма, то есть внутренняя организация содержания, — это та его внешняя характеристика, которая обязана модифицироваться, изменяться в соответствии с меняющимися образовательными парадигмами. А существующая форма предъявления содержания образования индифферентна по отношению к таким принципам отбора содержания образования, как фундаментализация и гуманитаризация, требующих интеграции знаний, выделения ведущих идей, усиления общекультурных и мировоззренческих аспектов.

Рассмотрим два возможных подхода к описанию содержания математического образования в основной школе на базе одного и того же выделенного «ядра». (Оба были разработаны в лаборатории математического образования ИСМО РАО.)

Идея первого подхода была предложена Г.В. Дорофеевым. Суть этого подхода состоит в том, что из всей совокупности математических знаний выделяются так называемые *целевые знания* — крупные центральные идеи, «стержни» курса. В силу специфики математики, выражающейся в жесткой взаимозависимости и иерархии математических понятий, целевые знания не могут быть освоены без изучения значительного объема вспомогательных знаний. Однако выделение целевых знаний помогает адекватным образом расставить акценты в учебном процессе, дифференцировать главное и второстепенное.

На уровне основного общего образования целевыми представляются следующие группы математических знаний.

1. **Арифметика:** натуральные числа, обыкновенные и десятичные дроби, округление натуральных чисел и десятичных дробей, проценты, целые и рациональные числа.

2. **Геометрия:** плоские и пространственные фигуры и конфигурации, изображения на плоскости, измерения длин, площадей, объемов, измерение углов.

3. **Стохастика:** вероятность и частота, наглядные способы представления данных, средние результатов измерений, статистический вывод.

4. **Логика:** равносильность и следствие, законы дедуктивных рассуждений, доказательство, определение, теорема, аксиоматика.

5. **Алгоритмика:** математические и нематематические алгоритмы, идея алгоритмизации.

6. **Математический язык:** терминология, символика, некоторые правила синтаксиса, взаимосвязь алгебраического и геометрического языков.

7. **Математический инструментарий:** операции, выражения, тождественные преобразования, функции, графики, уравнения и неравенства, целые, рациональные и действительные числа.

8. **Начала математического анализа:** измерение величин, действительные числа, приближения и оценки, числовые функции.

9. **История математики:** исторические факты, история возникновения и развития математических теорий, выдающиеся математики.

10. **Математика и внешний мир:** математическое моделирование, математика в системе наук, специфика математики как науки.

Указанные группы знаний в соответствии с их ролью в математической подготовке школьников должны быть освоены на разных уровнях: по терминологии, предложенной Г.В. Дорофеевым, это

общепрагматический (практико-прикладной), *дидактико-прагматический* (операционный) и *общекультурный* (фактологический) уровни. Первые пять групп должны быть освоены на общепрагматическом уровне, группа 7 — на дидактико-прагматическом, группы 8-10 — на общекультурном.

Проиллюстрируем сказанное на примере формирования системы знаний о числах и выражениях, распределенных по разным группам.

Необходимость усвоения знаний группы 1 на общепрагматическом уровне не подлежит сомнению ввиду их очевидной значимости для каждого человека; но имеются в виду лишь начальные представления о положительных и отрицательных числах, целых и дробных, тогда как полная совокупность представлений об этих множествах, как алгебраических структурах, имеет дидактико-прагматический и общекультурный характер и поэтому включена в группы 7 и 8. Аналогичными причинами объясняется включение знаний о действительных числах в группы 7 и 8; в практической деятельности человека, далекой от математики, эти знания даже в понятийном плане не используются.

Безусловно, целевым для учащихся является представление о том, что измерение величин имеет два аспекта — точное и приближенное — и что в теории математическим инструментом измерения величин являются действительные числа, тогда как на практике достаточно конечных десятичных дробей. Наконец, структурный математический факт включения множества рациональных чисел в множество действительных чисел методологически интерпретируется тем, что обыкновенные дроби (как и натуральные числа) также являются инструментом измерения.

Нельзя, разумеется, обойти вниманием и богатый общекультурный потенциал истории возникновения действительных чисел, послужившего разрешению первого в истории математики кризиса, когда открытие несоизмеримых отрезков поставило перед математикой методологическую проблему соотношения арифметики и геометрии. По указанным причинам мы и считаем необходимым включение знаний о действительных числах в группы 7 и 8.

Названные группы знаний, соответствующие различным разделам математики и ее связям с наукой, практикой, культурой, составляют в достаточной мере полноценную содержательную основу математического образования.

Второй подход был реализован при подготовке проекта Примерной программы по математике для основной школы в 2008 г. В разделе «Тематическое планирование» перечень блоков содержания сопро-

вождается указанием соответствия видов учебной деятельности учащихся. По сути, в структуру содержания образования попадает и учебная деятельность; она также становится содержательной основой образования, как то, чем должен овладеть учащийся. По определению В.С. Леднева, содержание образования — это есть содержание особым образом организованной деятельности.

Учебная деятельность направлена, прежде всего, на освоение других видов деятельности, поэтому высшей, конечной ее целью являются умения, т.е. способность выполнять ту или иную деятельность. При таком подходе учение естественно рассматривать как активную деятельность обучающегося по самоизменению, саморазвитию.

Обучение математике, как впрочем и любой другой дисциплине, многофункционально. Но у каждого предмета есть ведущая функция — основная цель, ради которой он преподается. Главная функция предмета «Математика» в современном социуме — это общекультурное развитие личности, заключающееся в формировании качеств мышления и способов деятельности, необходимых для полноценного функционирования в обществе. С учетом природы и характера математической деятельности, которую должен выполнять учащийся, эта ведущая гуманитарная функция распадается на целый ряд подфункций. Используемые в математике методы исследования в результате учебной деятельности должны трансформироваться в *математический метод мышления*. И это одна из основополагающих целей, которая ставится перед учебным предметом «Математика».

В учительской среде бытует стереотип, что у человека, прежде всего, необходимо развивать дедуктивное мышление, что оно жизненно необходимо, и на это надо делать акцент в обучении математике. Но дедуктивное мышление — это лишь разновидность среди прочих видов мышления, которое скорее требуется ученым-теоретикам, а главную роль в жизни и в прикладных работах играет мышление рациональное, требующее владения широким набором логических операций. Развитие мышления может осуществляться в процессе учебной математической деятельности, так как в число математических методов помимо дедукции включаются и все остальные методы научного мышления — индукция, обобщение и конкретизация, сравнение, аналогия, анализ и синтез, абстрагирование, классификация.

Важнейшей функцией гуманитарно ориентированного обучения математике является коммуникативная функция — *обучение математическому языку* как специфическому средству коммуникации вообще и в его сопоставлении с естественными язы-

ками. Грамотный математический язык является свидетельством четкого и организованного мышления. Владение этим языком, понимание точного содержания математических высказываний, логических связей между ними распространяется и на владение естественным языком и тем самым вносит весомый вклад в развитие мышления. Важно также и то, что, не обучившись «математическому стилю» восприятия информации, человек часто не в состоянии проанализировать информацию, не имеющую отношения к математике, но важную для него лично, и становится жертвой демагогии, рекламы, политической или юридической спекуляции.

Эти и другие гуманитарные функции математического образования (мировоззренческая, прикладная и т.д.) могут и должны быть реализованы путем организации целенаправленной математической деятельности учащихся при изучении всех содержательных разделов курса. Приведем в качестве примера *характеристику основных видов деятельности ученика (на уровне учебных действий)* из раздела «Числовые функции» тематического планирования.

Раздел «Числовые функции»

Вычислять значения функций, заданных формулами (при необходимости использовать калькулятор); составлять таблицы значений функций.

Строить по точкам графики функций. Описывать свойства функции на основе ее графического представления.

Моделировать реальные зависимости с помощью формул и графиков. Интерпретировать графики реальных зависимостей.

Использовать функциональную символику для записи разнообразных фактов, связанных с рассматриваемыми функциями, обогащая опыт выполнения знаково-символьных действий. Строить реальные конструкции с использованием функциональной терминологии.

Использовать компьютерные программы для исследования положения в координатной плоскости графиков функций в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулу.

Распознавать виды изучаемых функций. Показывать схематически положение в координатной плоскости графиков функций:

$$y = kx, y = kx + b, y = \frac{k}{x}, y = ax^2, \\ y = ax^2 + c, y = ax^2 + bx + c$$

— в зависимости от значений коэффициентов, входящих в формулы.

Строить графики изучаемых функций; описывать их свойства.

Строить более сложные графики на основе графиков изученных функций, например, функций, за-

данных разными формулами на разных промежутках области определения.

Пример изменения содержания математического образования

Рассмотрим один лишь пример внесения корректив в содержание математического образования основной школы, которые были осуществлены с целью его приведения в соответствие с новыми социально-экономическими условиями. Это радикальные обновления одного из традиционных разделов курса — «Числа и вычисления».

В курсе математики первой половины XX в. приобретение знаний о числах и действиях над ними, формирование соответствующих умений занимали доминирующий объем времени по сравнению с другими вопросами курса. Основной целью являлось обучение вычислениям с помощью достаточно трудных упражнений. На всех этапах изучения чисел и операций над ними давались сложные вычислительные задания. Приведем примеры из сборника задач и упражнений по арифметике для 5–6-х классов, по которому обучались школьники в 50-х годах XX в.

$$1. (627\,900 : 8050 + 5\,420\,635 : 67) \times \\ \times 2\,458\,763 : 307 - 999\,600 : 4900.$$

$$2. \frac{\left[\left(\frac{23}{36} + \frac{31}{63}\right) - \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{21}\right)\right] \cdot 48 : \left(\frac{3}{5} : \frac{7}{8}\right)}{\left(\frac{19}{26} + \frac{14}{39} - \frac{1}{6}\right) \cdot 54 \frac{1}{6} : \left(8 \frac{4}{7} : \frac{12}{35}\right)}.$$

$$3. \frac{4,06 \cdot 0,0058 + 3,3044895 - (0,7584 : 2,37 + 0,0003 : 8)}{0,03625 \cdot 80 - 2,43}.$$

$$4. \left(42 \frac{1}{4} - 39,0625\right) : \left[12 \frac{3}{4} - \frac{1,8 \cdot \frac{1}{5}}{(0,63 - 0,27) \cdot \frac{2}{9}}\right] + \\ + \left[2 \frac{1}{2} + \frac{\left(0,2 + \frac{1}{3}\right) : \frac{2}{3}}{0,4}\right] : \frac{3}{5}.$$

Для принятой в эти годы методики формирования вычислительных умений было характерно использование длинных числовых выражений со скобками, где требовалось выполнить арифметические действия с шести-семизначными натуральными числами, с обыкновенными дробями, имеющими «неудобные» знаменатели, с десятичными дробями, имеющими 5–8 значащих цифр. Освоение вычислительных алгоритмов на базе подобных упражнений являлось для одних учащихся непосильной задачей, другие же, неизбежно допуская ошибки в вычислениях, теряли интерес к математике.

В 60-е годы прошлого века задачей курса математики стало обеспечение прочного и сознательного овладения основами математических знаний, умений и навыков, необходимых для общего развития учащихся, для их практической деятельности как в период обучения, так и по окончании школы. Это привело к перестройке системы формирования базовых умений в школе, усилилось внимание к раннему овладению алгоритмами действия с десятичными дробями и стало уделяться меньшее внимание обыкновенным дробям. В соответствии с запросами социума в содержание числовой линии был включен значительный по объему материал по приближенным вычислениям и освоению логарифмической линейки.

К началу нового века ситуация изменилась: массовое распространение получили инструментальные вычисления. Появление калькуляторов повлекло снижение запросов к ручным вычислениям специалистов многих профессий (конструкторов, инженеров и пр.), связанных с проведением больших объемов «рутинных» вычислений. Это потребовало пересмотра содержания вычислительной подготовки учащихся, изменения порядка и методики изложения традиционных вопросов, включения вопросов, важных для современного образования 10–15-летнего подростка.

Показательны итоговые требования, предъявляемые к математической подготовке выпускников основной школы в 80-х годах и на современном этапе. Если раньше в итоговую проверку включались задания на нахождение значений числовых выражений, например такие:

$$1,4 + 3,6 \cdot \left(-6 \frac{5}{18} - 1 \frac{4}{5} + 5 \frac{3}{5}\right),$$

то сейчас в экзаменационные работы задания чисто вычислительного характера не входят: вычисления присутствуют и требуются для получения содержательного результата, всегда в контексте задачи. Здесь показательно сравнение двух задач, связанных с понятием процента, которые взяты из двух разных экзаменов: прошлого (задача 1) и настоящего (задача 2).

Задача 1. Сумма двух чисел равна 400. Если первое число уменьшить на 20%, а второе — на 15%, то сумма полученных чисел уменьшится на 68. Найдите значения чисел после их уменьшения.

Задача 2. Полиграфическая фирма выполняет нанесение разноцветных надписей и рисунков на полиэ-

тиленовые пакеты. В таблице приведены расценки в зависимости от величины заказа. При печати на двух сторонах пакета цена увеличивается на 20%.

Количество цветов	Цена в руб. за печать на одном пакете (в зависимости от величины заказа)			
	менее 300	от 301 до 500	от 501 до 1000	от 1001 до 2000
Один цвет	0,45	0,40	0,35	0,30
Два цвета	0,55	0,50	0,45	0,40

Сколько придется заплатить за заказ из 800 пакетов, рисунок двухцветный на двух сторонах пакета?

Сформулируем некоторые важные требования к формированию знаний и умений, связанных с понятием числа, актуальные для современной школы.

Усиление внимания к фундаментальным идеям, к теоретическому знанию: это, например, изменение роли и места обыкновенных и десятичных дробей в курсе математики 5–6-х классов. Обыкновенные дроби целиком должны изучаться до десятичных, что позволяет в дальнейшем изложение десятичных дробей, процентов и отношений строить на естественной математической базе с опорой на знания об обыкновенных дробях. Тем самым решаются две задачи: формирование базовых понятий, связанных с дробными числами, и развитие интеллекта в историко-генетической парадигме, естественное развитие умственной деятельности учащегося, повторяющее путь развития человеческой мысли.

При этом акцент целесообразно делать на формирование «чувства числа», понимание возможности различных представлений рациональных чисел, а не на формирование навыков действий с обыкновенными дробями. Десятичные дроби — в идейном отношении — это развитие идеи позиционной системы счисления, понимание десятичной дроби как «универсального» имени действительного числа.

Акцент на развитие логики и интеллекта. Работа с числами окажется эффективной для развития умения пользоваться алгоритмами, для формирования элементов логического мышления, если ее содержание будет наполнено заданиями, направленными на приобретение опыта осмысленного использования теоретических знаний при преобразовании числовых выражений, распознавание числовых закономерностей и пр. Целесообразно в содержание обучения включать задания исследовательского характера, поскольку они требуют активной работы мышления, вооб-

ражения, способности увидеть общее, сделать вывод и применить его. Развитие комбинаторных способностей, умений использовать приемы рационального запоминания, заметить общее и сделать вывод — все это возможно достаточно эффективно организовать на базе содержательной работы с числами.

Обучение вычислительным алгоритмам на уровне, достаточном для понимания и применения. Алгоритмы вычислений традиционно составляют основное содержание числовой линии, но их перечень и требования к уровню овладения должны быть соотнесены с современными запросами общества. До навыков должны доводиться простые типовые вычислительные алгоритмы, лежащие в основе ручных и инструментальных вычислений. Серьезный импульс развитию вычислительных умений, навыков организации и проведения расчетов дает статистический материал, составляющий значимую часть новой вероятностно-статистической линии курса математики. Чрезвычайно актуальным становится умение сравнивать и упорядочивать величины, находить отношения величин и выражать их в процентах, проводить процентные расчеты. Понимание важности, значимости этих вопросов не может быть полностью воспринято учащимися 5–6-х классов в силу их возрастных возможностей, недоступности восприятия многих аспектов, что требует выстраивания содержания числовой линии вплоть до 9-го класса. Наряду с этим важно в 5–6-х классах у учащихся формировать, а в 7–9-х классах развивать: опыт проведения простых вычислений, владение вычислительными стратегиями (сочетание устных, письменных и инструментальных вычислений), умение пользоваться приемами проверки и интерпретации ответа (в том числе навыками промежуточного контроля и проверки правдоподобия результата), применять математические знания для рационализации вычислений.

Внутри числовой линии курса отчетливо выделяется направление, связанное с развитием у учащихся потребности и умения контролировать себя, которое влияет на развитие рефлексии (осмысления своих собственных действий). В частности, следует вооружать учащихся специальными приемами проверки результата вычисления.

Усиление практико-ориентированного аспекта в обучении. Приближение математики к практической деятельности учащегося может придать большую осмысленность математическим расчетам, развить более острое осознание разумности ответов, обеспечить основу для формирования навыков оцен-

ки результата вычисления, которая в абстрактном подходе кажется учащимся такой трудной.

Начиная с 7-го класса целесообразно включать задачи, при решении которых используется калькулятор. Возможность с помощью калькулятора выполнять расчеты быстро и безошибочно позволяет обогатить систему упражнений за счет введения экспериментальной работы с числами и заданий с реальными числовыми данными. Желательно, чтобы учащиеся научились видеть, в каких случаях применение калькулятора целесообразно, и не забывали о возможностях устных вычислений для прикидки и интерпретации результата. Поэтому для практических расчетов в ряде случаев имеет смысл считать устно, а для этого полезно знать некоторые факты, например, чтобы увеличить величину на 50% достаточно прибавить к ней ее половину; чтобы найти 20% величины, надо найти ее пятую часть; что 40% некоторой величины в 4 раза больше, чем ее 10%; что треть величины — это примерно 33%.

Вопросы, связанные с изучением процентов, позволяют показать учащимся, как математические знания применяются в повседневной жизни. Подчеркнем, что и у взрослого населения наблюдается достаточно низкий уровень владения таким важным математическим аппаратом, как выполнение процентных расчетов. Чтобы показать учащимся широту применения в жизни процентных вычислений, целесообразно расширить тематику задач, рассматривая задачи, связанные с распродажей товаров, тарифами, выборами, с банковскими расчетами. Это служит достаточно сильным мотивом для освоения нового содержания.

Приведем в качестве примеров, иллюстрирующих выдвинутые требования, несколько заданий.

Организация учебного процесса при обучении математике

Изменение условий существования и функционирования человека в обществе влечет за собой не только изменения в содержании общего образования и в его целях. Оно неизменно влияет и на сам способ организации образования подрастающего поколения — как в целом, так и внутри пока наиболее распространенного института — общеобразовательной школы. Перечислим несколько существенных факторов, наличие которых инспирирует преобразования в построении учебного процесса, в содержании и формах преобладающей учебной деятельности школьников.

В последние десятилетия произошла диверсификация источников получения образования, и школа сегодня перестала быть монополистом в этой области. Система, когда учитель был непре-

1. Дневная норма потребления витамина С составляет 60 мг. Один помидор в среднем содержит 17 мг витамина С. Сколько примерно процентов дневной нормы витамина С получил человек, съевший один помидор?

2. Численность населения Китая составляет $1,3 \cdot 10^9$ человек, а Франции — $6,1 \cdot 10^7$ человек. Во сколько раз численность населения Китая больше, чем Франции?

А. примерно в 21 раз

Б. примерно в 2,1 раза

В. примерно в 210 раз

Г. примерно в 4,7 раза

3. Ученик начальной школы решил в течение декабря, экономя на завтраках, копить деньги к Новому году. Действовать он решил следующим образом: 1 декабря положить в копилку 1 к., 2 декабря — 2 к., 3 декабря — 4 к. и т.д., ежедневно удваивая вкладываемую сумму. Сможет ли он выполнить свое намерение? Сколько рублей ему пришлось бы положить в копилку 31 декабря?

4. В сентябре универмаг проводит распродажу товаров, не пользующихся спросом в осенне-зимний период. С 11 по 30 сентября цены на такой товар ежедневно будут снижать на 5%. В витрине универмага выставлен купальник, который летом продавался по цене 1099 р. Исходя из условий распродажи, ответьте на вопросы:

1) Сколько рублей будет стоить такой купальник на 5-й день распродажи?

2) Маша хочет купить такой купальник не дороже, чем за 700 р. Возможно ли это?

3) На какой день распродажи купальник станет дешевле более чем на 50%?

4) В начале или в конце распродажи цена товара падает быстрее?

рекаемым авторитетом и мог действовать по схеме «все, что я вам сказал, вы обязаны выучить и ответить», ушла в прошлое. Теперь учитель должен сделать так, чтобы его ученики захотели у него учиться. С другой стороны, среднее образование давно уже стало всеобщим и обязательным. Как результат, в школу приходят дети, у которых разные интересы, способности, психические особенности, жизненные притязания и цели. Очевидно, что это должно учитываться при организации их обучения.

Скорость, с которой меняются материально-технические условия жизни, также стимулирует пересмотр системы обучения. В наши дни человек вынужден учиться постоянно и непрерывно, совершенствуя свои профессиональные знания,

вплоть до смены специальности несколько раз в течение жизни. Таким образом, современное технологизированное общество неизбежно оказывается перед задачей сознательного культивирования человека мыслящего, реализации интеллектуального образования.

Новые цели и задачи общего образования требуют новых технологий обучения. В настоящее время многие педагогические коллективы предлагают свои технологии, реализуемые в системе учебно-методического обеспечения на разных ступенях школы. Все они находятся в стадии становления, однако уже сейчас выделяются некоторые общие черты, что позволяет сформулировать общие требования к современной технологии обучения математике как способу организации учебной деятельности учащихся. Выделим три аспекта в этом вопросе: психолого-дидактический, методический и аспект учебного обеспечения.

Психолого-дидактический аспект. Важнейшим условием организации учебной деятельности учащихся является *внимание к мотивационной стороне обучения*. Общеизвестно, что человек научится чему-либо быстрее и успешнее, если он понимает цель этого учения. В особенности это относится к математике, так как цель очень легко ускользает из видимости ввиду самого характера изучаемых вопросов, весьма далеких от практических нужд человека. Наличие цели указывает правильный путь, усиливает интерес, помогает выделить главное. Если цель отсутствует, то материал кажется скучным и однообразным, и у учеников складывается представление о математике как о нагромождении трудных и нудных рассуждений.

Следующей заметной чертой любой современной технологии является *приоритет развивающей функции обучения*. Это не означает отказа от формирования уже ставших притчей во языцех знаний-умений-навыков. Они являются безусловной базой любого интеллектуального развития. Но это только начальная фаза дальнейшего совершенствования ума. И поэтому наличие у учащегося только ЗУНов «не может быть социальной нормой на современном этапе».

Задача интеллектуального развития решается путем выстраивания целой системы организации учебной деятельности учащихся. Вот ее некоторые позиции. На самых первых этапах введения новых понятий, фактов необходимо обеспечивать понимание и осознанность восприятия. Непонимание вырабатывает вредную для ума привычку формально следовать объявленному правилу, не вникая в существо вопроса. Важной с этих пози-

ций является организация этапа содержательно-предметной деятельности как исходного при формировании нового знания, а также широкое использование предметной и символической наглядности.

В последние годы внимание стало уделяться организации при изучении математики собственной математической деятельности учащихся, проведению математических исследований, результатом которых является «открытие» и формулирование некоторого математического факта. По словам А. Кальдерона: «Мы все в большей или меньшей степени способны делать открытия и изобретения, и эти творческие способности мы должны культивировать и развивать». Соответствующая деятельность может реализовываться разными способами: решение специально разработанных задач-исследований, структура которых направляет мысль ученика в нужное русло; работа с отдельными содержательными модулями, привязанными к изучаемой теме и позволяющими расширить знания по изучаемому вопросу, овладеть дополнительными приемами и способами решения задач; выполнение так называемых проектов, в ходе которых происходит интеграция разных видов деятельности — осмысливание и изучение поставленной проблемы, представление набранного материала в адекватной форме, отчет перед аудиторией сверстников о результатах работы. Новые формы деятельности, бывшие ранее инородными для уроков математики, теперь включаются в некоторые из имеющихся технологий. Это проведение экспериментов и практических работ при изучении арифметики, геометрии, вероятности и статистики; при их организации используются групповые и коллективные формы работы, развивающие полезные для человека навыки коммуникации.

Методический аспект. Организация учебного процесса и, соответственно, учебной деятельности школьников по усвоению курса математики требует в настоящее время реализации *уровневой дифференциации* в обучении, позволяющей обоснованно и эффективно вести дифференцированную работу с учащимися, выстраивать индивидуальные траектории их обучения и развития.

В основе уровневой дифференциации лежат два основных принципа. Первый — это обязательное достижение всеми учащимися уровня обязательной подготовки, второй — создание условий для усвоения материала на более высоких уровнях теми школьниками, которые проявляют интерес к математике и желание освоить больше. Уровень обязательной подготовки задает базу, опору для

дальнейшего продвижения по курсу; он характеризует ту минимальную границу, достижение которой обеспечивает учащемуся положительную оценку. Для того, чтобы этот принцип эффективно влиял на результаты обучения, необходимо обеспечение нескольких условий: *реалистичность* и доступность уровня обязательной подготовки, его понятное описание в форме конкретных *задач*, умение решать которые характеризует его достижение, а также *открытость* для всех участников учебного процесса. В таком случае возможно создание образовательной среды, в которой учащийся будет проявлять самостоятельность и инициативу в выборе уровня овладения материалом, что будет способствовать преодолению страха перед интеллектуальной деятельностью, неуверенностью в своих возможностях, самореализации и социализации школьников.

Важной составной частью работы в системе уровневой дифференциации является ее связь с системой *контроля результатов учебного процесса* и системой *оценивания достижений школьников*. Отличительной характеристикой такого контроля и оценивания является *оценка достигнутых результатов «способом сложения»*. В соответствии с этим, обязательным этапом контроля становится проверка достижения каждым учащимся уровня обязательных требований, что ложится в основу конструирования минимального критерия выставления положительной оценки. Критерии достижения более высоких уровней строятся с учетом «надстройки» над уровнем обязательных требований.

Аспект учебного обеспечения. Многоуровневые задачи, которые необходимо решать при организации обучения сегодняшних школьников, требуют более разветвленной системы учебных пособий, нежели просто учебник. Одного учебника недостаточно для обеспечения разнообразной деятельности учащихся, направленной на формирование человека, адаптированного к жизни в современном обществе. Поэтому уже общепризнанным требованием становится *комплектность учебно-методического обеспечения*. Под этим подразумевается пакет взаимосвязанных и взаимодополняющих друг друга пособий (на бумажных и электронных носителях), обеспечивающих преемственность обучения, единство «навигационной» системы, единый дидактический, информационный и дизайнерский подход к представлению учебного материала, современные обучающие технологии.

Учебно-методические комплекты по математике строятся в соответствии с общей концепцией

образовательной технологии и направлены на усиление ее дидактических возможностей за счет эффективной организации учебной деятельности и повышения познавательной активности учащихся. Каждое пособие комплекта имеет свое функциональное назначение и играет свою роль в организации усвоения материала и обеспечении развития школьников.

В качестве примера можно привести учебно-методический комплект серии «Сферы» «Математика, 5» и «Математика, 6» под редакцией Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина (изд-во «Промсвещение»). Центральным пособием комплекта является *учебник*, функцией которого является предъявление содержания и идеологии курса. Каждая глава учебника открывается рубрикой «Интересно», создающей общий культурологический фон курса, и завершается рубрикой «Подведем итоги», которая содержит вопросы и задания, позволяющие осуществить общий обзор основного содержания темы. Набор структурных элементов учебника включает рубрики, стимулирующие активную работу с учебным текстом и интерес к изучаемому материалу, расставляющие в нем смысловые акценты. Так, каждый пункт содержит краткое введение, которое создает мотивационные предпосылки для изучения содержания пункта. Практическая часть учебника содержит представительный набор заданий и упражнений к каждому пункту (от базовых, обязательных, до задач-исследований), которые создают основу для работы, направленной на овладение теоретическим содержанием, формирование умений и навыков.

Учебник дополняется *задачником*, основное назначение которого — создание возможностей для формирования и отработки навыков, организации дифференцированного обучения. Кроме основных задач, дополняющих систему упражнений учебника, в этом пособии содержится необязательный материал, углубляющий и расширяющий содержание курса. Этот материал может использоваться самыми разными способами: для организации индивидуальной самостоятельной работы учащихся в классе и дома; на групповых занятиях учащихся, интересующихся математикой; в работе со всем классом, если учебное время это позволяет. Учебник и задачник вместе обеспечивают полноценную систему упражнений, позволяющую формировать умения и навыки, организовывать дифференцированную работу, согласуя уровень обучения с возможностями каждого конкретного учащегося.

Тетрадь-тренажер — это пособие на печатной основе, основное назначение которого — целена-

правленное формирование познавательных учебных действий. Задания по каждой главе учебника располагаются по видам учебной деятельности, а не в логике развертывания содержания, как в учебнике, и используются избирательно, с акцентом на соответствующую деятельность. Эти виды деятельности таковы: работаем с текстом, работаем с моделями, осваиваем алгоритмы, находим закономерности, анализируем и рассуждаем, выполняем тест.

В комплект входит *тетрадь-экзаменатор*, пособие, предназначенное для организации тематического и итогового контроля усвоения материала. В нем реализованы принципы контроля, основанные на идее уровневой дифференциации. Особенность этого пособия состоит также в его гибкости и адаптивности: в нем предлагаются альтернативные формы проверочных работ усвоения одного и того же содержания, и учитель имеет возможность выбора той формы, которая в большей степени соответствует стилю его работы, особенностям класса.

Электронное приложение рассчитано на активную познавательную деятельность ученика, его творчество и самостоятельность. Оно включает в себя следующие типы учебных цифровых объектов: мультимедийные демонстрации, виртуальные лаборатории, интерактивные модели, интерактивные задания, игры и головоломки, материалы для математического кружка и организации внеклассной работы, исторические сведения, тесты и другие учебные материалы, которым не нашлось места на страницах печатного издания из-за вполне объяснимых ограничений на его объем. Все объекты распределены по урокам и напрямую связаны с текстом учебника через так называемые «горячие зоны».

Навигатором по всей системе УМК является «*Книга для учителя*» — методическое пособие, раскрывающее содержание и основные методические идеи курса и содержащее рекомендации по планированию и организации учебного процесса, по использованию каждой составляющей части комплекта.

РЕКЛАМА



ОТКРЫТА ВАКАНСИЯ

Дорогие учителя и методисты!

Центр системно-деятельностной педагогики «Школа 2000...» АПК и ППРО под руководством Л.Г. Петерсон расширяет свою деятельность по нескольким образовательным направлениям и в связи с этим **открывает вакансию «Методист»**.

Должностные обязанности:

- методическое сопровождение при освоении учителями дидактической системы Л.Г. Петерсон (программа «Школа 2000...»);
- разработка методических и дидактических материалов по программе «Школа 2000...»;
- ведение курсовой подготовки для учителей (ведение лекций, семинаров, мастер-классов).

Требования к кандидату:

- педагогический стаж работы по учебникам математики Л.Г. Петерсон;
- желателен опыт методической работы;
- развитые навыки публичного выступления;
- грамотность, владение навыками делового общения и переписки;
- хорошее владение основными офисными программами (Word, Excel, Power Point).

Мы будем рады видеть интересующихся и активных учителей, методистов в нашем Центре. Ждем Вас для творческой деятельности! Будем вместе работать во благо российского образования и будущих поколений!

По любым вопросам обращайтесь в наш Центр по телефонам:
(495) 452 22 33, (495) 797 89 77 или по электронной почте: zubova@sch2000.ru

Н. РОЗОВ,
Москва

Курс математики общеобразовательной школы: сегодня и послезавтра

Наступивший XXI век ознаменован радикальным переосмыслением самых разных политических, социальных, общественных, культурных и др. аспектов нашего бытия. В частности, мы стали свидетелями зарождения новой парадигмы образования, формирования новых педагогических концепций, появления новых информационно-компьютерных технологий обучения. Сегодня естественно поставить вопрос: какими должны быть послезавтра программа курса математики общеобразовательной школы и методика его преподавания, чтобы в полной мере отвечать вызовам времени и общества?

За минувшее столетие математическая наука шагнула необычайно далеко вперед. Она все увереннее превращается в мощный инструментальный анализ и прогнозирования природных явлений, технических процессов, общественных ситуаций. Сочетание с гигантскими возможностями компьютеров породило принципиально новое направление научного познания — математическое моделирование и математический эксперимент.

В математической науке содержательно изменилось почти все. Почти ничего содержательно не изменилось в программе математики общеобразовательной школы. Сравните программы 1940 и 2000 годов: исключены комплексные числа, бином Ньютона, еще ряд тем, включены начальные понятия математического анализа, операции с векторами, кое-что другое, тригонометрия перестала существовать как отдельный элемент школьного курса. В целом же сохранилась старая ситуация: учащиеся по-прежнему пребывают почти в XVIII в. по алгебре и почти в Древней Греции по геометрии. Между тем по другим предметам они информацию получают (пусть часто описательно и фрагментарно) на современном уровне. Так что — все так и оставим и после 2050 года?

Содержание программы. Проблема содержания курса математики нашей общеобразовательной школы — самый болезненный и неоднозначный вопрос. С одной стороны, оставлять знания школьников на уровне XVIII в. невозможно. С другой — безумно пытаться внедрить в школу элементы теории функций комплексного переменного или функционального анализа. Но не будем забывать, что, помимо специфических (чисто математических) понятий, математика создала и важные общеобразовательные понятия и методы, имеющие общекультурное значение.

Сегодня в разряд общеобразовательных уверенно можно отнести такие понятия, как бифуркация, фрактал, хаос, «теория катастроф»... С ними работают и физики, и социологи, и биологи, и философы. И общеобразовательная школа неизбежно обязана будет знакомить молодежь с этими понятиями, хотя бы в описательно-наглядном плане.

Сегодня приобретает особое значение умение быстро провести вычисления для приближенной прикидки интересующей нас величины. Значит, выпускнику школы необходимо владеть простейшими вычислительными алгоритмами, которые можно реализовать с помощью компьютера.

Наконец, школьный курс математики должен быть прагматичен, ориентирован на то, чтобы учить людей ориентироваться в жизни, разбираться в нестандартных ситуациях, обеспечивать свою безопасность в самом широком смысле.

Бифуркация. Одно из важнейших современных понятий — бифуркация в процессе изменения параметра, и наиболее уместно знакомить с ним уже в школьном курсе математики. Ибо ничего особо нового вводить или добавлять не потребуется — примеры бифуркаций в изобилии можно найти и в алгебре, и в геометрии.

Наблюдайте (мысленно или с помощью картофелины и ножа) за изменением формы сечения куба плоскостью, перпендикулярной его диагонали, при продвижении плоскости от одной вершины куба до другой — вот простейший бифуркационный процесс. Изменение числа корней квадратного уравнения

$$3x^2 - 5x + 2c = 0$$

при «пробегании» параметром C всех действительных значений — другой бифуркационный процесс. Надо только пожелать при изложении материала сделать нужные методологические акценты, привлечь и практические примеры. На наших глазах разрастается «эпидемия» пособий для абитуриентов по «теории уравнений и неравенств с параметрами», задачи в них становятся все более громоздкими и изощренными. Но никто из многочисленных «творцов» этой теории не удосужился хотя бы вскользь рассказать о рядом лежащем общеобразовательном понятии.

Фрактал. Это удивительное понятие математики оказалось средством адекватного отображения многих природных явлений и описания объектов (см., напр., [1]). Но познакомить учащихся с фракталами стоит еще и для того, чтобы продемонстрировать им непредсказуемые особенности диалектики исторического развития науки. А понимание процесса научного познания мира — одна из важных характеристик образованного и культурного человека. Фактически понятие фрактала было введено и изучено в конце 10-х гг. прошлого века, но работы основоположников никого не заинтересовали — идея пришла слишком рано и не имела должного инструментального и прикладного основания. И лишь более полувека спустя усилиями Б. Мандельброта и благодаря привлечению уже имевшейся в то время высокопроизводительной компьютерной техники исследования фракталов и их приложений приобрели большой размах. В методической литературе много любят писать об эстетическом воздействии математики на школьников, о ее значении для воспитания у них понятия прекрасного.

Обычно говорят о стройности доказательства теоремы, об изящности решения задачи, о красоте неожиданного дополнительного построения. Но все это доступно и понятно скорее ученику, действительно увлеченному математикой.

А какое эстетическое удовольствие может получать от решения квадратных уравнений тот, кто к ней «глух»? Фракталы же компьютерной реализацией формул порождают действительно красочные, оригинальные полотна, не уступающие произведениям абстрактной живописи (см. [2]).

Хаос. Сейчас «проблема хаоса» привлекает особое внимание ученых, интерес физиков и философов, экономистов и медиков, биологов и обществоведов (и даже теоретиков образования) прикован к новой области науки — синергетике (см., напр., [1]). Один из сценариев перехода к хаосу был открыт в 1978 г. М. Фейгенбаумом буквально «на коленке», путем численного анализа на карманном калькуляторе (!) поведения последовательности $\{x_n\}$, порождаемой отображением

$$x_n \rightarrow x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n).$$

Ознакомление с этой и другими математическими темами (в том числе и с «теорией катастроф»), составляющими современное представление о «нелинейном мире», не только обогатит сам курс математики, сделает его современным, но и продемонстрирует ее роль как универсального языка исследований природы и общества, поможет формированию научных мировоззренческих представлений у молодежи.

Вычислительная тематика. Преподаватели старшего поколения помнят, а молодые могут увидеть в учебнике [3] алгоритм извлечения квадратного корня из числа. Это была сложная тема былой программы общеобразовательной школы — формулировка правила занимала фактически целую страницу в книге. Потом появились микрокалькуляторы, которые считали квадратные корни за долю секунды, и правило исчезло. Однако кто из учеников современной общеобразовательной школы понимает, как именно выполняет эту операцию калькулятор? И как поступать, если при практическом вычислении, связанном с объемами

конкретных тел, надо найти кубический корень из числа?

Следует трезво оценить с точки зрения развития интеллектуального потенциала и жизненных умений

(но не с точки зрения отработки формальных математических навыков) сравнительную важность знания, с одной стороны, метода определения взаимного расположения корней двух квадратных уравнений, зависящих от параметра, и, с

Сегодня в разряд общеобразовательных уверенно можно отнести такие понятия, как бифуркация, фрактал, хаос, «теория катастроф»...

другой стороны, метода последовательных приближений.

Вообще, вычислительная тематика — падчерца программы школьной математики. Распространено мнение, что такая тематика — прерогатива курса информатики. Но это более чем нелогично! В свое время курс математики гордился прикладными расчетами на логарифмической линейке. Сейчас элементарные и доступные вычислительные математические методы позволили бы ярко демонстрировать прикладное значение математики во многих важных мировоззренческих и содержательных практических проблемах. Кроме того, вычислительная тематика может дать богатейший материал для увлекательных лабораторных работ и самостоятельных исследований (см., напр., [4]).

Прагматичность. Неприятно говорить, но катастрофы, связанные с жуликами из «МММ» или «Властилины» и омрачившие судьбы тысяч наших людей, на совести не только власти, «кинувшей» своих сограждан на произвол судьбы, но и школьного курса алгебры, который не рассматривал такие «мелочи», как финансовые пирамиды, не готовил выпускников к коллизиям жизни, а ориентировался лишь на «высокие материи» цепочек логарифмических и тригонометрических преобразований. Наше «лучшее в мире естественнонаучное образование» показало свою несостоятельность при столкновении с творчески думающими мошенниками, магами, гадалками и проч.

Есть и другой аспект этого вопроса. Математика могла бы быть более эффективным и практичным средством познания окружающего мира, если бы школьный курс геометрии не ограничивался скучными окружностями и однообразными кубами, а знакомил учащихся со всем многообразием, изобилием линий и поверхностей, фигур и тел — например, демонстрировал интереснейшие геометрические объекты, возникающие в «теории катастроф».

Теория вероятности. Впрочем, будем объективны — процесс перестройки программы школьного курса математики пошел. Наконец-то туда включено знакомство с основными понятиями

теории вероятности и математической статистики. Спор об этом происходил у нас еще почти век назад; во многих странах мира вопрос был решен положительно уже давно. И вот теперь выпускники и наших школ не будут делать изумленные глаза, услышав по ТВ слова «доверительный интервал».

Математика могла бы быть более эффективным и практичным средством познания окружающего мира, если бы школьный курс геометрии не ограничивался скучными окружностями и однообразными кубами.

Методика преподавания. Серьезной концептуальной перестройки требует и важнейшая для школы наука — методика преподавания математики. Многие изменения в программе математики общеобразова-

тельной школы невозможно осуществить, если не согласиться с принципиальным положением: отдельные разделы или темы допустимо изучать на описательно-демонстрационном уровне, добиваясь от учеников понимания сути дела без сообщения им формальных доказательств, строгих обоснований и логических рассуждений.

Это предложение психологически особенно трудно принять профессионалам, убежденным, что советская методология преподавания математики в школе всегда во главу угла ставила требование строгой научности и логической доказательности. Это, однако, не совсем так. Во-первых, многие моменты школьного курса в принципе невозможно изложить абсолютно строго — приходится прибегать к «убедительным эрзацам». Во-вторых, достаточно просмотреть учебники А.П. Киселева [3], [5], [6] (скажем, те места, где должен работать метод математической индукции), чтобы заметить «описательно-демонстрационное» изложение многих вопросов. В-третьих, наконец, наше образование по физике или химии нисколько не страдало от того, что преподавание этих предметов не содержало всех исчерпывающих доказательств.

Главное возражение против описательно-демонстрационного изложения основано на широко распространенном (особенно среди математиков) мнении, что математика и только математика может воспитать в человеке культуру логического мышления, что лишь в ходе «строгого» изучения математики обеспечивается развитие умения правильно рассуждать. Конечно, нельзя отрицать, что в определенном смысле изучение математики «ум в порядок приводит» (М.В. Ломоносов), но и не следует преувеличивать, считая, что это — единственный эффективный путь к цели. Действитель-

но ли увлеченная изучением иностранных языков девочка, декламируя зазубренное как стихи доказательство теоремы о трех перпендикулярах, осваивает логику? Логике можно учиться иными путями, не связываясь с непривлекательными для школьников-«нематематиков» скучными преобразованиями и формальными рассуждениями. Позвольте в качестве эксперта привлечь выдающегося физика-теоретика Л.Д. Ландау: «Мне не хочется дискутировать с достойной средневековой схоластики мыслью, что путем изучения ненужных вещей люди будто бы научатся логически мыслить».

Если мы признаем, что в общеобразовательной школе изучается не наука и даже не «основа науки», а нечто совершенно иное — «предмет математика», то согласимся, что можно и нужно гибко подходить к стилю преподнесения математического материала.

Лабораторные работы по математике?
Сейчас педагоги и психологи все более настойчиво рекомендуют усиливать в учебном процессе творческое начало, внедрять исследовательские проекты, стимулировать самостоятельный познавательный поиск. Конечно, широко практикуемое сейчас решение нестандартных (олимпиадных) задач — это форма самостоятельного познавательного поиска. Но лишь одна из возможных. И к тому же почти всегда речь идет о «поиске с предписанным результатом».

А почему мы никогда не задумывались о возможных в школьной математике лабораторных работах? Чтобы ученик изучал некоторое явление или объект не только «головой», но и «руками», подмечал некие закономерности реального мира и пытался самостоятельно дать их адекватное математическое описание. Тематами для таких работ могли бы быть феномен Фейгенбаума, численный анализ итерационных процессов, изучение последовательных приближений в различных ситуациях, рассмотрение простейших математических моделей.

Л.Д. Ландау: «Мне не хочется дискутировать с достойной средневековой схоластики мыслью, что путем изучения ненужных вещей люди будто бы научатся логически мыслить»

Вопрос о лабораторных работах по математике имеет и иной, очень глубокий и важный аспект. Если обстоятельно просмотреть школьный курс, то нетрудно убедиться, что практически весь он направлен на воспитание умения

считать, проводить преобразования. В начальной школе в центре внимания — автоматизм в использовании таблицы умножения. Затем идут арифметические вычисления — «чистые» или в «текстовых» задачах. Потом наступает расцвет алгебраических и тригонометрических «тождественных преобразований», включая решение уравнений и неравенств (и даже, выражаясь старым языком, «геометрические задачи с применением тригонометрии»).

Между тем человеческое бытие требует еще одного важного навыка — геометрического, или пространственного воображения. К сожалению, подавляющее большинство выпускников, прошедших горнила школьного курса математики, не имеют зачастую даже элементарного геометрического воображения. Его, как и навыки счета, логику, язык, необходимо воспитывать, развивать постоянно и непрерывно, с первого до последнего класса. И главным условием его развития является именно работа с реальным материалом. Наиболее успешно формировать геометрическое воображение можно как раз на математических лабораторных работах, материалом для которых служат как классические объекты, так и другие, в традиционную программу не входящие, но, тем не менее, весьма полезные.

Одним из таких объектов, по нашему мнению, являются, например, узлы (см. [7]), работа с которыми (доступная как младшим, так и старшим школьникам и не требующая каких-то специальных технических средств), помимо воспитания пространственного мышления, развития творческих навыков, позволяет выйти на такие важные понятия, как пространственная кривая, левая и правая ориентация, принципы классификации и т.д., и имеет немаловажное житейское применение.

Кстати, большое значение лабораторным работам по математике в свое время придавал А.Н. Колмогоров, и в физико-математической школе-интернате при МГУ накоплен большой опыт их проведения.

В последнее время появилось несколько публикаций, подробно освещающих этот опыт (содержание лабораторных работ, методика их проведения и др.). Жаль, что он не получил пока широкого распространения.

«Математика вступительных экзаменов». С прискорбием надо констатировать, что в последние 20–30 лет, помимо «классических» элементарной и высшей математики, сформировалась еще одна, новая, — «математика вступительных экзаменов» (МВЭ). Экзаменаторы вузов и предприимчивые репетиторы создали целую «науку», содержащую теоретическое рассмотрение специальных экзаменационных задач, но не имеющую подчас никакой образовательной ценности. Ладно бы еще речь шла о дополнительных знаниях, необходимых для освоения вузовской программы. Но МВЭ изобилует темами, вопросами, сведениями, задачами, которые никому потом не потребуются — после поступления все это можно (и нужно!) спокойно забыть.

В качестве примера возьмем тему школьного курса — абсолютная величина (модуль) действительного числа. Модуль числа — не одно из концептуальных изобретений математической науки, а скорее просто удобное, но техническое понятие. В самом школьном курсе оно имеет весьма узкую сферу приложения: дает возможность компактно оформлять некоторые операции с участием квадратных корней и логарифмов, удобно сформулировать определение непрерывной функции, красиво записать «неравенство треугольника».

Нет, я не предлагаю исключить понятие абсолютной величины действительного числа из школьной программы. Но я не вижу никаких объективных поводов для того, чтобы создавать для школьников и учителей фундаментальные наукообразные сочинения о модуле или предлагать задачи, для решения которых требуется не знание стандартного школьного курса, а специальная дополнительная дрессировка.

Сколько же страниц текста нужно написать, чтобы объяснить школьнику, что такое модуль и как с ним работать? Вот «пособие для абитуриентов и старшеклассников» под названием «Решение задач с модулями» — авторы ухитрились разогнать его до... 304 страниц! Как и полагается научному трактату, книга состоит из двух глав: «Уравнения с модулями» и «Неравенства с модулями». Как известно, в науке самое главное — систематичность. Поэтому первая глава трактата содержит параграфы: «Уравнения с одним модулем», «Уравнения с двумя модулями», «Уравнения с тремя модулями», «Уравнения с четырьмя и большим числом модулей». Читатель сам без труда догадается, как называются четыре параграфа второй главы.

Но энтузиазм творцов МВЭ по обогащению «теории модуля» не имеет пределов, поиск «нового» продолжается. И вот уже на вступительных экзаменах появляется задача, в решении которой в другом, более свежем пособии для абитуриентов, читаем:

«Последнее неравенство следует из того, что для любых чисел a и b

$$\max \{ |a + b|; |a - b| \} = |a| + |b|.$$

Объяснение к другой задаче в журнальной статье для поступающих начинается словами:

«Для уравнения $|y| + |z| = a$ применим схему

$$|y| + |z| = a \Leftrightarrow \begin{cases} yz \geq 0, \\ |y + z| = a \\ yz \leq 0, \\ |y - z| = a \end{cases} \quad (a \geq 0).$$

Не знаю, как вам, а меня особенно подкупает обращенный к школьнику простенький и элегантный оборот речи «применим схему»... Конечно, всем ведь она отлично известна — ну... как таблица умножения. Интересно было бы поставить эксперимент и узнать: смог ли бы сочинитель такого решения, сам в свое время заведомо не знавший этой «схемы», до нее додуматься в обстановке вступительного экзамена?

Отдельного упоминания заслуживают «новые» темы, открытые и «научно» разработанные в рамках МВЭ, скажем «Уравнения и неравенства с параметрами». Этой теме посвящено уже огромное число толстых пособий, брошюр, журнальных статей, она уже оформилась в «стройную» теорию с множеством «методов», но ни в одном школьном учебнике о ней не говорится ни слова.

Постоянное усложнение задач вступительных экзаменов по математике привело к расцвету репетиторства. Конечно, в дополнительных занятиях с учеником, плохо усваивающим материал или пропустившим уроки по болезни, нет абсолютно ничего дурного (в советские времена это называлось «взять отстающего на буксир»). Но как быть, если для решения задач вступительных экзаменов недостаточно знать (даже хорошо!) то, что проходили на уроках и что написано в школьном учебнике? В крупных городах как-то само собой стало разуметься, что для поступления в вуз надо дополнительно заниматься и выплачивать кругленькие суммы репетиторам — «специалистам» по МВЭ. Те, в свою очередь, преследуя оче-

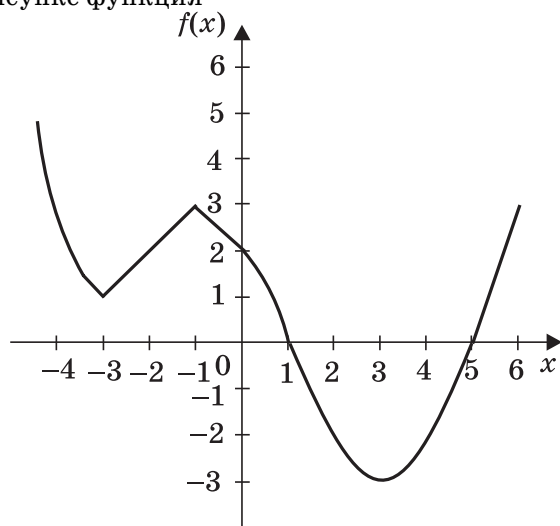
видные цели и пользуясь очевидными связями, продолжают раскручивать маховик усложнения экзаменационных задач и успешно развивать МВЭ. А что же делать школьникам из деревень, небольших городков, тем, кто проживает вдали от научно-педагогических центров, там, где сегодня и квалифицированный учитель — редкость?

Именно репетиторы и близкие им лица будут активно противодействовать изменению существующей школьной программы по математике. Кстати, сейчас математики упорно просят увеличить часы на свой предмет в школе, но не для его «осовременивания», а для более подробного изучения «важнейших» тем МВЭ — теории эквивалентности уравнений и неравенств и других вопросов, не имеющих особого значения.

Появление Единого государственного экзамена (ЕГЭ) было, на мой взгляд, не случайной реакцией, а объективным порождением репетиторского беспредела.

«Кризис математической подготовки» школьников особенно ярко проявляется во все более иезуитских задачах, предлагаемых на приемных экзаменах в вузы, и его надо было преодолевать. Но «получилось как всегда» — мы перешли «из огня в полымя». Вместо толковых и содержательных задач, действительно проверяющих знание и понимание математики, на ЕГЭ теперь предлагают тесты типа

«При каком значении x изображенная на рисунке функция



принимает наименьшее значение?»

Для ответа на который не нужно ничего ни знать, ни понимать — достаточно быть просто зрячим.

Когда же мы, наконец, перестанем метаться и сможем спокойно и обстоятельно обсудить, что же

нам в конце концов делать с курсом математики средней общеобразовательной школы?

Новый тип учителя. Изменения в содержании программы курса математики общеобразовательной школы требуют радикального пересмотра системы подготовки учителей математики, причем она должна начаться с существенным опережением по времени. Параллельно, и тоже с опережением, необходимо начать работу над учебниками, задачками, пособиями, описаниями лабораторных работ и т.д.

Но самая серьезная трудность — переобучение действующих учителей, их профессиональная и психологическая переориентация на новые проблемы. А для этого нужно создать соответствующие условия, прежде всего экономические, ибо учитель с мизерной оплатой своего тяжелого труда и вынужденной 25-часовой недельной нагрузкой физически не в состоянии осваивать принципиально новые идеи.

Серьезные усилия должны предпринять и специалисты по методике преподавания математики, которым пора научиться писать актуальные для учителя тексты на доступном ему языке. В самом деле, что полезного можно извлечь из «методического пособия», полного таких, например, пассажей: «Методологической основой системного моделирования содержания математического образования выбран дидактический синтез целого, обеспечивающий структурную связность содержательных единиц не только в рамках данного этапа подготовки, но и предопределяющий взаимоувязывание структурных срезов при движении по этапам»?

Литература

1. Трубецков Д.И. Введение в синергетику. Хаос и структуры. — М., 2004.
2. Пайтген Х.О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. — М., 1993.
3. Киселев А.П. Алгебра. — М.: Физматлит, 2005, 2006.
4. Розов Н.Х., Савин А.П. Лабораторные работы по... геометрии? Да! // Математика в школе, 1994, № 6. — С. 52–54.
5. Киселев А.П. Арифметика. — М.: Физматлит, 2002.
6. Киселев А.П. Геометрия. — М.: Физматлит, 2004.
7. Розов Н.Х., Рейхани Э., Боровских А.В. Узлы в школе. Уроки развития пространственного мышления. — М.: КДУ, 2007.

Анализ качества подготовки российских учащихся по математике

Источники информации

Информация о качестве математической подготовки **одиннадцатиклассников** получена в результате проведения единого государственного экзамена. В 2009 г. ЕГЭ по математике сдавало 92,54% выпускников средней (полной) школы, что является репрезентативной выборкой для совокупности всех выпускников этого года. Технология проведения ЕГЭ и особенности КИМ обеспечивают широкую дифференциацию учащихся по уровню их подготовки и объективность оценки образовательных достижений учащихся.

Информация о качестве математической подготовки **девятиклассников** получена в результате проведения государственной итоговой аттестации выпускников основной школы в новой форме. Экзамен в новой форме проводится с 2004 г., в настоящее время им охватываются практически все выпускники 9-х классов из всех регионов страны. Экзаменационная работа позволяет осуществить проверку на уровне базовой математической подготовки, необходимой для нормального функционирования в современном обществе, продолжения образования на старшей ступени, изучения смежных дисциплин, и на повышенном уровне, который позволяет продолжить изучение математики в старшей школе на профильном уровне.

Информация о математической подготовке **выпускников средней (полной) школы, изучавших углубленный курс математики**, получена в рамках международного сравнительного мониторингового исследования качества математического и естественнонаучного образования TIMSS-Advanced (TIMSS — Trends in Mathematics and Science Study). Первый цикл этого исследования проводился в 1995 г., второй — в 2008 г. Промежуток в 13 лет объясняется тем, что за это время в странах-участницах полностью сменилось поколение школьников.

Информация о состоянии математической подготовки российских **восьмиклассников** получена в рамках международного сравнительного мониторингового исследования качества математического и естественнонаучного образования TIMSS. Исследование проводится циклами раз в четыре года и является одним из самых представительных в области общего школьного образования. На каждом этапе исследования составлялась представительная выборка из совокупности восьмиклассников. Одна из основных целей этого исследования — оценка учебных достижений учащихся 8-го класса по вопросам содержания, которые являются общими для большинства стран-участниц или изучаются не в каждой стране, но владение которыми для современного общества является существенным.

Информация о состоянии математической подготовки российских **15-летних учащихся** получена в рамках международной программы оценки образовательных достижений учащихся PISA (Programme for International Student Assessment). Это исследование проводится с 2000 г. трехлетними циклами. В области математического образования целью исследования является оценка способности учащихся успешно справляться с разнообразными жизненными проблемами в различных сферах человеческой деятельности, общения и социальных отношений, которые разрешаются средствами математики. Эта способность была названа «математической грамотностью». На каждом этапе составлялась представительная выборка российских учащихся, в которую в соответствующем соотношении были включены 15-летние учащиеся 9, 10, 11-х классов общеобразовательной школы и первого курса образовательных учреждений начального и среднего профессионального образования.

Характеристика подготовки выпускников средней (полной) школы на основе результатов ЕГЭ

Анализ результатов ЕГЭ по математике за последние годы позволил выявить некоторые общие тенденции, характеризующие подготовку выпускников.

1. Результаты ЕГЭ показывают, что неизменно 23–27% участников ЕГЭ имеют только фрагментарные знания и способны применять на базовом уровне в стандартной ситуации лишь 2–3 из изученных алгоритмов. Они не знают многих основных формул, правил, свойств алгоритмов действий и методов решения уравнений или неравенств.

Около 40–45% выпускников имеют значительные пробелы в усвоении курса математики средней школы на базовом уровне, они овладели лишь некоторыми из изученных способов действий.

Около 25–30% имеют хороший и отличный уровень математической подготовки, в среднем демонстрируют достижение всех проверявшихся требований стандарта и способность применять знания при решении задач повышенной сложности. Одним из основных недочетов у этих учащихся при решении заданий является стандартный подход к выбору способа решения – жесткое следование изученным алгоритмам без учета особенностей условия поставленной задачи, которое позволяет использовать более рациональный метод решения. Около 0,5% выпускников имеют действительно высокий уровень математической подготовки, успешно справляются и со сложными задачами (они получили более 80 баллов из 100 возможных).

К негативным характеристикам подготовки выпускников следует также отнести большое количество вычислительных ошибок, которые они допускают как при выполнении задач базового, так и повышенного уровней сложности.

Характеристика качества математической подготовки выпускников основной школы по результатам государственной (итоговой) аттестации

Результаты пяти лет проведения государственной (итоговой) аттестации по алгебре в 9-м классе в новой форме позволяют выявить следующие тенденции в качестве подготовки выпускников 9-го класса.

1. От 20 до 25% выпускников основной школы имеют достаточно высокий уровень подготовки и демонстрируют уверенное владение базовыми умениями, способны к интеграции знаний из различных тем курса, владеют широким набором приемов и способов решения задач, умеют математически грамотно записать решение. Их подготовка достаточна для изучения в старшем

Участники ЕГЭ 2006–2009 гг. в целом показали невысокие результаты при решении геометрических задач. Эти результаты отражают ситуацию, сложившуюся в школе, которая была явно неблагоприятной по отношению к изучению геометрии в течение многих лет, так как выпускной экзамен проводился только по курсу алгебры и начал анализа 10–11-х классов. С 2009 г. выпускной экзамен впервые сдается по курсу математики, который включает и курс геометрии, но существенной положительной динамики пока отмечено не было.

Более высокий уровень математической подготовки демонстрируют выпускники общеобразовательных школ, нежели выпускники вечерних школ.

2. Результаты ЕГЭ 2009 г. показали, что около четверти всех участников экзамена, которые продемонстрировали при сдаче экзамена «хороший» и «отличный» уровни подготовки, прочно овладели практически всеми контролируемыми элементами содержания на базовом уровне и проявили способность к решению задач, требующих применять математику в нестандартной ситуации. Они являются потенциальными абитуриентами для вузов, предъявляющих более высокие требования к математической подготовке.

Около половины процента выпускников имеют очень высокий уровень подготовки и являются потенциальными абитуриентами вузов, предъявляющих к своим студентам самые высокие требования.

Около четверти выпускников овладели практически всеми контролируемыми элементами содержания на базовом уровне. Они являются потенциальными абитуриентами для вузов, предъявляющих невысокие требования к математической подготовке.

звене курса математики профильного уровня. Среди этих выпускников выделяется группа учащихся (примерно 3–5% от общего числа), имеющих очень высокий уровень подготовки; как правило, это учащиеся, изучавшие и освоившие углубленный курс математики. Их подготовка отличается таким качеством, как устойчивость, они проявляют способность к решению задач, требующих применения знаний в нестандартных ситуациях, умение найти рациональные пути решения задачи. Они составляют потенциал школьников для классов с углубленным изучением математики.

Примерно 30% учащихся имеют устойчивую базовую подготовку: владеют основными понятиями и алгоритмами, способны решать стандартные задачи повышенного уровня. Примерно третья часть таких учащихся по своему уровню подготовки близка к первой группе, у них есть определенный потенциал для изучения в старшем звене школы курса математики на профильном уровне.

Подготовку примерно 20% выпускников можно признать удовлетворительной: они владеют основными алгоритмами, у них есть основа для изучения в старшей школе курса базового уровня.

Примерно 25% учащихся имеют существенные пробелы в базовой подготовке, их знания нестабильны и фрагментарны; при этом часть этой группы школьников (примерно 8% от общего числа) демонстрирует уровень знаний, ниже минимальных требований, подготовка других находится на грани «двойки»; на старшей ступени обучения они нуждаются в коррекционных мероприятиях.

Характеристика математической подготовки российских учащихся 8-го класса по результатам исследования TIMSS

1. Программа российской основной школы в основном обеспечивает учащихся знаниями и умениями, необходимыми для выполнения международных тестов в исследовании TIMSS, за исключением небольшой части заданий по материалу, который изучается в 9-м и 10–11-х классах. Практически весь контролируемый материал изучен российскими школьниками 2–3 года назад, поэтому в основном проверяется прочность изученных знаний. Большая часть заданий имеет учебный характер, близкий к заданиям российских учебников, часть заданий имеет практическую направленность. Поскольку задания теста не затрагивают многие ключевые вопросы курсов алгебры и геометрии 7–8-х классов, которые изучены учащимися к моменту проверки, результаты тестирования не дают возможности составить полное представление о подготовке российских восьмиклассников, но позволяют оценить ее с точки зрения приоритетов, принятых в исследовании.

Содержание заданий в международных тестах и результаты их выполнения показывают существенное отличие приоритетов в области математического образования в России и других странах. В российской основной школе акцент делается на академическую направленность математической подготовки и обращается недостаточное внимание на практическую сторону, а на международном уровне уделяется гораздо меньше внимания академической стороне, а акцент делается на практическую направленность, на развитие, а не научение.

2. Результаты выполнения заданий базового уровня существенно различаются в зависимости от принадлежности задания к той или иной категории познавательной деятельности. Наиболее высокие результаты учащиеся показывают при выполнении заданий на непосредственное применение известных алгоритмов и правил, на знание простых фактов, терминов. Хуже справляются учащиеся с заданиями, требующими понимания, интерпретации, распознавания стандартных вопросов в измененной формулировке. Наиболее низкие результаты выпускники демонстрируют при решении несложных задач, не сводящихся к непосредственному применению известного алгоритма, предполагающих применение системы знаний, включения известных понятий, приемов и способов решения в новые связи и отношения, а также задач на применение знаний в практических ситуациях. Характерно, что последние задания вызывают затруднения и у наиболее сильных выпускников.

2. При оценке математической подготовки учащихся в данном исследовании были приняты четыре иерархических уровня учебных достижений: продвинутый, высокий, средний и низкий. В 2007 г. среди российских восьмиклассников продемонстрировали продвинутый уровень 8%, высокий — 25%, средний — 35%, низкий — 23%, остальные 9% не показали даже низкого уровня.

Российские восьмиклассники показывают хорошие результаты при выполнении заданий по алгебре, традиционных для нашей основной школы (вычисление значений выражений, решение уравнений, неравенств, изображение точек на координатной плоскости, «чтение» по графику свойств функций). Невысокие результаты они показывают при выполнении заданий на выявление закономерностей, которые вообще не представлены в учебно-методических комплексах российских учебников. Невысоки результаты при выполнении заданий, составленных на материале курса математики 5–6-х классов, имеющем широкое применение в повседневной жизни (проценты, пропорции, отношение величин, решение задач арифметическим способом, переход от одной формы записи чисел к другой, выполнение действий с обыкновенными дробями, с величинами, выраженными в разных единицах измерения, округление результатов вычисления).

Российские школьники показывают нестабильные результаты в овладении одним из приоритетных умений — решать задачи. Результаты

достаточно высокие при решении задач в одно действие. Невысокие результаты характерны, когда требуется установить нетривиальную зависимость между данными величинами, найти некоторые промежуточные данные для ответа на поставленный вопрос, иметь дело с отношениями величин и процентами.

Результаты, показанные по заданиям обязательного и повышенного уровней, поскольку они традиционны для курсов геометрии 7–9-х классов, вполне ожидаемы (от 36 до 75% в зависимости от сложности задания) и соответствуют данным, полученным при проведении российских проверок. Многие учащиеся не справляются с заданиями, требующими применения пространственных представлений, воображения, знания простейших свойств стереометрических фигур, то есть уровень развития этих важных умений не соответствует международным требованиям.

Основное отличие российской традиции в изучении геометрии от традиций зарубежной школы заключается в том, что зарубежная школа делает акцент на развитие пространственных представлений и воображения учащихся, изучение геометрических свойств окружающего мира, а российская школа — на развитие логического мышления учащихся, умения аргументировать свои суждения и фиксировать их на бумаге. Результаты проведенного исследования показали, что этот более формальный подход приводит к тому, что российские учащиеся явно недостаточно овладевают знаниями и навыками, необходимыми для успешного функционирования в современном мире.

Как и следовало ожидать, невысоки результаты выполнения заданий, составленных на материале новой для российской школы темы «Вероятность. Статистика». Более половины заданий теста выполнили менее 50% учащихся. При этом восьмиклассники, которые не изучали этот материал, с самыми простыми заданиями, для выполнения которых достаточно иметь интуитивные представления о вероятности и информации и руководствоваться здравым смыслом, справляются весьма успешно. Для заданий по этой теме характерно наличие текста, в котором иногда достаточно подробно описывается некоторая жизненная ситуация. Поэтому для их выполнения важно умение внимательно прочесть условие задания, проанализировать его и понять, на какой вопрос надо ответить. К сожалению, значительная часть российских учащихся не владеет именно этими умениями, что приводит к снижению результатов выполнения таких заданий.

3. Сравнение результатов на протяжении нескольких лет позволяет выявить определенные тенденции в подготовке российских восьмиклассников. Среди стран-участниц Россия на всех этапах исследования входит в первую десятку.

Согласно показателю, принятому в исследовании, конкурентоспособность стран-участниц определяют учащиеся, достигшие двух первых уровней (продвинутого и высокого) подготовки. В России таких учащихся: 1995 г. — 38%, 1999 г. — 39%, 2003 г. — 30%, 2007 г. — 33%. При этом конкурентоспособность пяти лидирующих стран (61–71%) несравнимо выше, чем у российских восьмиклассников. Обращает на себя внимание значительный процент российских восьмиклассников (от 27 до 36%), которые на всех этапах исследования продемонстрировали низкий или ниже низкого уровень математической подготовки (в лидирующих странах таких учащихся от 10 до 15%). Эти данные свидетельствуют о коренных недочетах математической подготовки значительной части российских восьмиклассников.

- С позиций международных требований, в последние годы наметилась некоторая стабилизация в состоянии математической подготовки восьмиклассников.

- По сравнению с 2003 г. не произошло существенного улучшения результатов выполнения заданий по новой для российской школы теме «Вероятность. Статистика».

- Не изменилось в лучшую сторону овладение важнейшим умением — работать одновременно с информацией из нескольких источников, когда требуется найти оптимальное решение поставленной задачи, принимая во внимание ряд условий. Подобных заданий нет в российских учебниках, хотя очевидна их практическая значимость для успешного функционирования в современном обществе.

- Проведение исследования циклами через 4 года позволяет проследить динамику учебных достижений выпускников начальной школы к концу основной школы. При переходе из начальной в основную школу сокращается как общее число учащихся, показывающих удовлетворительные уровни подготовки — три первых уровня (с 81 до 68%), так и число учащихся, достигающих самого высокого уровня подготовки (с 16 до 8%). Это свидетельствует о том, что большинство показателей, характеризующих математическую подготовку, выше у выпускников начальной российской школы, чем у восьмиклассников в основной школе.

Характеристика математической подготовки 15-летних учащихся российской школы по результатам исследования PISA

1. В международные тесты включены не типичные учебные математические задачи, предлагаемые учащимся на уроках и в российских мониторинговых исследованиях. В заданиях описываются проблемные ситуации, связанные с разнообразными аспектами окружающей жизни и требующие для своего решения большей или меньшей математизации. Для ответа на них, наряду с математическими знаниями, приходится использовать знания из других предметов, а также опыт, приобретенный учащимся в повседневной жизни. Во многих заданиях информация предъясвляется не только в вербальной форме, но и в виде таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем. Условие задания часто содержит избыточную информацию.

В проведенном исследовании можно выделить относительно небольшой перечень предметных знаний, которые на международном уровне считаются необходимыми для математически грамотного современного человека. К ним относятся: работа с формулами, знаковые и числовые последовательности; действия с процентами; умение выполнять действия с различными единицами измерения — длины, массы, времени, скорости; использование масштаба, нахождение периметра и площадей нестандартных фигур; пространственные представления, пространственное воображение, некоторые свойства пространственных фигур; умение читать и интерпретировать количественную информацию, представленную в различной форме (таблицы, диаграммы, графики реальных зависимостей); представление о вероятности случайных событий, использование среднего арифметического для характеристики явлений и процессов, близких к реальной действительности.

2. В 2006 г. в исследовании участвовали 57 стран, среди которых все развитые страны мира. По показателю успешности стран — среднему баллу за выполнение тестов — Россия расположена на интервале от 32-го до 36-го места.

Определенный в исследовании 2-й уровень математической грамотности был выбран в качестве некоторой границы. Считалось, что учащийся, достигший этой границы, начинает проявлять способность активно применять математику в соответствии с определением математической грамотности, которое принято в исследовании. То есть учащийся может распознать математическую часть предложенной ситуации, проанализировать и понять информацию из

единственного источника, использовать стандартные алгоритмы, формулы, методы, провести прямые рассуждения. В лидирующих странах достижение второго уровня показали 90–94% учащихся, в странах, расположенных на 6–13-м местах — 87%, на 14–20-м местах — 83%, что значительно превышает 73% таких учащихся в России.

3. Сравнение результатов России с другими странами явно показывает отличие приоритетов отечественного математического образования от приоритетов, которые проявились в исследовании PISA и являются характерными для многих стран. Обеспечивая учащихся значительным багажом знаний, российская система обучения математике не способствует развитию у них умения выходить за пределы учебных ситуаций, в которых формируются эти знания, применять полученные знания в новых ситуациях, приближенных к реальной жизни.

Российские учащиеся наиболее успешны в решении стандартных задач арифметическим способом, решении уравнений, чтении графиков, решении более сложных задач, типичных для курса математики российской основной школы.

Низкие результаты российских учащихся при выполнении заданий в исследовании PISA связаны с недостаточным овладением некоторыми предметными знаниями (в том числе не входящими в программу обучения), а также учебными умениями:

- работать с задачей, представленной в форме, непривычной для учебной задачи;
- соотносить информацию, представленную в различной форме;
- отбирать информацию, необходимую для решения, если условие задачи содержит избыточную информацию;
- привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный практический опыт;
- определять самостоятельно точность данных, требуемую для решения задачи, и использовать методы, которые не изучаются в школе, но понятны из здравого смысла (например, перебор возможных вариантов, метод проб и ошибок);
- давать в свободной словесной форме качественный, обоснованный ответ, а не числовой ответ, который определяется условием математической задачи.

Характеристика математической подготовки выпускников средней (полной) школы, изучавших углубленный курс математики, по результатам исследования TIMSS-Advanced

1. В 2008 г. в международном тестировании участвовали российские учащиеся 11-х классов, которые изучали (в 10–11-х классах) углубленный курс математики (8 уроков в неделю или более). Проверкой были затронуты такие вопросы разделов курса математики (Алгебра, Элементы математического анализа, Геометрия), которые организаторы исследования TIMSS-2008 считали необходимыми элементами подготовки совокупности учащихся, изучающих предвуниверситетский курс (в России — углубленный курс математики).

Российская программа для школ и классов с углубленным изучением математики включает все вопросы содержания, овладение которыми проверялось в исследовании TIMSS-2008. Однако при этом значительная часть материала, изучаемого в старших классах российской школы, не была охвачена содержанием проверки, а некоторые вопросы проверялись на более низком уровне требований по сравнению с принятым в российской программе.

2. При оценке математической подготовки учащихся в данном исследовании были приняты три уровня учебных достижений: **продвинутый** (учащиеся, демонстрируют понимание изученных понятий, владение процедурами и математическими рассуждениями при решении задач со сложным контекстом), **высокий** (выпускники могут использовать знания математических понятий и процедур при анализе и решении многошаговых проблем, в которых предложены стандартные и нестандартные ситуации) и **средний** (выпускники демонстрируют знание понятий и процедур при решении стандартных задач).

Среди российских выпускников средней школы, изучавших углубленные курсы математики, продемонстрировали: продвинутый уровень — 24%, высокий уровень — 31%, средний уровень — 28%. Таким образом, подготовка более половины российских учащихся соответствовала двум самым высоким уровням, принятым в международном исследовании, при этом 17% продемонстрировали только отдельные фрагментарные знания низкого уровня.

Результаты выполнения тестовых заданий показали, что более успешно российские учащиеся справились с заданиями по разделу «Алгебра» (средний процент выполнения заданий 62%), по двум другим разделам курса результаты несколько ниже («Начала анализа» — 53%, «Геометрия» — 56%). Российские выпускники в равной степени овладели каждым из трех видов познавательной деятельности, выделенных в исследовании: «зна-

ния» — 59%, «применение» — 56%, «рассуждения» — 56%.

Наряду с положительными сторонами математической подготовки российских учащихся, выявились и присущие ей недочеты. Выпускники российской школы, изучавшие углубленный курс математики, лучше справляются с задачами на прямое применение правил, формул, алгоритмов, чем с задачами, где нужно проинтерпретировать данные, составить модель, выбрать метод решения. Невысоки результаты выполнения заданий практического характера, когда надо применить математику к решению проблем, возникающих в различных областях науки и техники, в повседневной жизни.

Учащиеся недостаточно уверенно владеют связями между формально-логическим описанием ряда математических фактов/понятий и их различными интерпретациями (геометрической, физической или механической). На это показывают, например, низкие результаты при выполнении заданий на применение геометрической интерпретации интеграла и физического смысла производной.

3. Проведенное исследование выявило некоторые тенденции, характеризующие состояние математической подготовки российских учащихся, изучавших углубленный курс математики:

- сохраняется конкурентоспособность российских учащихся на мировом уровне, что подтверждается отсутствием значимых различий между уровнем подготовки, продемонстрированной российскими учащимися и учащимися стран, известных высоким уровнем математического образования. Следует отметить, что, по сравнению с указанными странами, российские учащиеся на год младше по возрасту и обучались в школе на один-два года меньше;

- с позиций международных стандартов, принятых в исследовании TIMSS, за прошедшие 13 лет в состоянии математической подготовки российских выпускников средней школы не произошло существенных изменений по сравнению с 1995 г.;

- подготовка российских учащихся в целом весьма **неравномерна**, что проявляется в значительных различиях результатов тестирования в классах, которые принимали участие в исследовании;

- учащиеся, изучавшие углубленный курс математики, составляют очень небольшой процент (1995 г. — 2,0%, 2008 г. — 1,4%) от всех выпускников средней российской школы (в Нидерландах, например, этот показатель равен 3,5%).

Выводы о состоянии математического образования

Перед школьным математическим образованием стоит двуединая задача: обеспечить достижение каждым школьником некоторого уровня математической подготовки, без которой невозможно его полноценное функционирование в социуме, и одновременно с этим создать условия для получения высокого, качественного математического образования теми, кто проявляет способности и интерес к математике. Прогресс общества невозможен и без определенного уровня грамотности всех членов общества в целом, и без научной элиты, способной ставить и решать новые научные проблемы.

Традиция обучения математике на высоком уровне тех, кто демонстрирует математическую одаренность, в России существует давно. В настоящее время эта проблема решается достаточно успешно, чему свидетельствуют развернутая сеть различных интеллектуальных соревнований (как межрегиональных, так и всероссийских) и те высокие результаты, которые стабильно показывают наши школьники на международных олимпиадах самого высокого уровня. Не будет преувеличением сказать, что в последнее время в стране складывается уникальная система непрерывного математического образования, в том числе использующая возможности ИКТ, которая объединяет усилия ученых-математиков, преподавателей дополнительного образования и школьных учителей-энтузиастов.

Иначе обстоит дело с обучением математике большинства российских школьников, для которых математика лишь элемент общего образования. При том, что уже на протяжении нескольких десятилетий, с момента введения обязательного среднего образования, мы обучаем математике всех, у нас нет традиций преподавания этого предмета на общеобразовательном уровне, нет курса, который в мире называют «математикой для всех». Это выражается в перегруженности программ, в нереалистичности предъявляемых в ходе учебного процесса требований (никак не коррелирующих с требованиями итоговыми), в формальном изложении материала в учебнике, без учета особенностей познавательной деятельности школьников, в отсутствии грамотно организованного дифференцированного обучения. В результате, как показывают все мониторинги, значительная часть школьников не достигает уровня обязательной математической подготовки. Причем происходит это на достаточно ранних этапах обучения: в начальной школе и при обучении в 5–6-х классах.

В последние годы ситуация ухудшается, как это ни парадоксально, в связи с введением не-

зависимой системы оценки качества обучения, которая во многих регионах стала применяться для оценки результатов деятельности учителя, причем в качестве единственного показателя. Это заставляет многих учителей ломать сложившийся учебный процесс, переносить акцент с обучения на натаскивание на экзамен (причем конкретного года), учить не по учебникам, прошедшим экспертизу, а по сомнительного качества учебным пособиям для подготовки к экзаменам, предъявлять заведомо завышенные требования и заставлять учащихся, претендующих на отметку «3», решать задачи, предназначенные для учащихся классов с углубленным изучением математики. И если раньше показателями работы учителя в плане результатов аттестации учащихся служило количество хорошистов и отличников, то с этого года, в силу новой структуры контрольно-измерительных материалов, — двоечников и поступивших на математические факультеты.

Ориентация школьного математического образования на формирование интеллектуальной личности означает использование гуманитарного потенциала математики для решения задач образования. Иными словами, в общеобразовательной школе парадигму «математическое образование» необходимо в соответствии с требованиями времени заменить на другую — «образование математикой». Проблема заключается в том, что в настоящее время среди специалистов в области математики и обучения математике не достигнут консенсус в понимании того, какое математическое образование, как элемент культуры, элемент общего образования, как фактор, влияющий на формирование личности, необходимо современному человеку.

Литература

1. Основные результаты международного исследования образовательных достижений учащихся PISA–2003 / Род ред. Г.С. Ковалевой. — М.: Центр оценки качества образования ИСМО, 2004.
2. Качество общего образования в российской школе: по результатам международных исследований / Науч. ред. Г.С. Ковалева; главы 1, 2, 8, 10, 11. — М.: Логос, 2006.
3. Аналитические отчеты по результатам ЕГЭ за 2005–2009 гг. размещены на сайте Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>.
4. Аналитические отчеты по результатам ГИА за 2007–2009 гг. размещены на сайте Федерального института педагогических измерений <http://www.fipi.ru>.

Годовая подшивка газеты
«МАТЕМАТИКА»
на компакт-диске

ПОЛНАЯ ПОДБОРКА МАТЕРИАЛОВ ЗА 2009 ГОД

**А ТАКЖЕ ТЕМАТИЧЕСКИЕ СБОРНИКИ
И ПОДШИВКИ ДРУГИХ ГАЗЕТ ИД «ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ»**



Удобная система навигации и поиска: материалы можно выбрать по тематике, рубрике или по номеру газеты.

Для пользователей любого уровня: включи и работай — не требуются инсталляция и место на винчестере.

Компакт-диск пригоден для работы на компьютерах даже устаревшей конфигурации (Windows-95 и выше).

Стоимость диска включает доставку. Рассылка производится только на территории РФ.

КУПОН

ЗАПОЛНЯЕТСЯ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ!

[illegible]

**ЭТИ ДИСКИ
МОЖНО ПРИОБРЕСТИ:**

- заполнив купон и отправив его в конверте с пометкой «Книга — почтой» по адресу:
**ИД «Первое сентября»,
ул. Киевская, д. 24,
г. Москва, 121165**
- заказав по телефону:
(499) 249-47-58
- заказав по электронной почте:
podpiska@1september.ru
- заказав на сайте:
www.1september.ru

ТЕМАТИЧЕСКИЕ
СБОРНИКИ

Цена за один диск с доставкой – 399 руб.

Газета «Начальная школа»

«50 лет системе Л.В. Занкова» ____ шт.

«1001 ёлка на Новый год» ____ шт.

Газета «Школьный психолог»

«Тренинг в теорії і на практиці» ____ шт.

Газета «Школьный психолог»

«Тест со всех сторон» _____ шт.

Газета «Литература»

«Консультации по темам

экзаменационных сочинений» ____ шт.

СПЕЦИАЛЬНЫЙ

СПЕЦИАЛЬНЫЙ
ВЫПУСК

BBITJCK
 11/10/2010 10:00 AM 300 000

Цена за один диск с доставкой – 399 руб.
«Продвиги» нас, обещаем»

22 тематических номера ВСОХ 5330Т

Издательского дома «Первое сентября»

на одном диске

Испытаныи на 1 августа 2010 г.

— действительны до 1 августа 2010 года

	2003 г.	2004 г.	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.
Цена за один диск с доставкой	399 руб.	399 руб.	399 руб.	399 руб.	399 руб.	499 руб.	699 руб.
Английский язык	х	х	х	х	шт.	шт.	шт.
Библиотека в школе	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Биология	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
География	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Дошкольное образование	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Здоровье детей	х	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Искусство	х	х	х	шт.	шт.	шт.	шт.
История	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Классное руководство и воспитание школьников	х	х	х	х	х	шт.	шт.
Литература	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Математика	х	х	х	х	х	х	шт.
Начальная школа	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Немецкий язык	х	х	х	х	шт.	шт.	шт.
Русский язык	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Спорт в школе	х	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Управление школой	х	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Химия	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Физика	х	х	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.
Французский язык	х	х	х	х	шт.	шт.	шт.
Школьный психолог	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.	шт.

Цены действительны до 1 августа 2010 года.

От редакции. В каждой стране создана своя система образования, которая отражает ее культурные и исторические реалии и традиции. Всегда интересно и полезно познакомиться с тем, как работают коллеги, какие перед ними стоят цели, в каких экономических условиях они находятся, как общество относится к результатам их труда. В статье, написанной по просьбе газеты, наши коллеги из штата Техас делают попытку свести воедино все многообразие системы обучения математике в США и нарисовать российскому читателю по возможности общую картину школьного американского образования.

*JULIE FRY, GARY CHENG, MICHAEL HOKOM,
Texas, USA*

Обзор системы образования США

Общая структура системы образования в США

В США всем детям школьного возраста предоставляется возможность получить государственное образование. Большинство родителей отдадут своих детей или в бесплатные, или в частные учебные заведения. Согласно правительственной статистике лишь один из десяти учеников поступает в частное учебное заведение. Около 85% учеников поступают в бесплатные школы, по большому счёту из-за отсутствия платы за обучение. В частные же школы отправляют сравнительно небольшое количество детей (это обычно дети из семей с высоким достатком).

Школьное образование подразделяют на три уровня. Начальная школа охватывает классы с 1-го по 5-й (возраст учеников с 5 по 11 лет), далее идёт средняя школа – с 6 по 8 классы (возраст учащихся – 12-14 лет), и, наконец, старшая школа, охватывающая классы с 9 по 12 (возраст учащихся – 15-18 лет).

Набор в школы производится исходя из места проживания учащихся, а не специализации школы. Ученики на всём протяжении школы учатся вместе, таким образом, ребёнок, который планирует пойти в университет, учится в одной и той же начальной, средней и старшей школе, что и его сверстник, который планирует пойти работать сразу же после окончания старших классов (при этом список дисциплин у них будет всё-таки различаться).

Контроль со стороны государства

В США контроль школ и учебных округов со стороны федерального правительства ограничен, а система образования в целом является децентрализованной. Федеральный закон определяет продолжительность учебного года и минимальную квалификацию преподавателей, а также номинально устанавливает требования к минимальным знаниям для успешного окончания или перехода на следующую ступень внутри школы.

Однако внутри штатов допустимы отклонения от установленных требований, и по большому счёту контроль осуществляется уже на уровне штата. В каждом отдельно взятом штате присутствует свой надзорный орган, в полномочия которого входит определение образовательных стандартов, сертификация учителей и т.д.

По географическому критерию школы объединяются в образовательные округа. Школьные программы, финансирование, преподавание и другие образовательные аспекты определяются на местном уровне выборным советом, в ведомство которого входит данный конкретный образовательный округ. Деление на школьные (или образовательные) округа обычно отличается от других видов административного деления, руководство и финансирование у них тоже своё. Несмотря на единые для всех штатов образовательные стандарты и способы контроля успеваемости, округам предоставлена относительная свобода выбора конкретных учебных планов, методических пособий и методов преподавания, при условии, что оные не выходят за рамки директив данного штата.

В настоящее время предпринимаются попытки разработать единый государственный учебный план. Однако не все штаты допущены к участию в разработке (к таковым относится Техас). В 2006 г. был издан документ под названием «Положение государственных положений», в котором было приведено сравнение образовательных стандартов внутри штатов. Выяснилось, что между образовательными программами штатов существуют существенные качественные различия. В математике многие штаты пытаются следовать положениям документа «Ключевые компоненты учебных планов», изданного Национальным советом учителей математики. В данном документе Совет перечисляет те разделы математики, которые он считал самыми важными для каждого конкретного класса, включая вытекающие знания, понятия и умения, которые обеспечивают базу для успешного долгосрочного обучения.



На настоящий момент штатам не навязываются строгие государственные требования, которые им нужно было бы учитывать при разработке собственных стандартов; единственным же условием является соответствие с актом «Ни один ребенок не останется в стороне». Этот закон вступил в силу в 2001 г. и стал большим шагом в сторону усиления контроля со стороны федерального правительства. Акт устанавливает, что штаты, финансирование образовательной системы которых идет из государственной казны, должны определить набор базовых умений, которые необходимо дать ученикам на каждом отдельном этапе обучения. Данный акт не заменяет собой национальный стандарт академической успеваемости, т.к. последние устанавливаются законодательством каждого отдельно взятого штата.

У каждого штата есть свой список одобренных методических пособий, а непосредственный выбор учебника уже передан в ведение школы. В некоторых штатах требуется использовать учебник из конкретного списка одобренных, в то время как другие разрабатывают собственные учебные планы независимо от списка одобренных пособий. Принимая во внимание децентрализованность образования в США и ограниченный федеральный и внутриштатный контроль, учебные планы, методические пособия, методики преподавания и аккредитация учителей – все эти составляющие могут ощутимо изменяться от штата к штату, от округа к округу, и даже от школы к школе.

Преподавание в школах

Согласно федеральным постановлениям учебный год длится 170-180 дней. Он может варьироваться от штата к штату, но незначительно. При этом во многих привилегированных и частных школах учебный год и учебный день увеличены. Учебный год в США состоит из

двух семестров, каждый из которых длится 18 недель и в свою очередь делится либо на 2 отчетных периода по 9 недель (четверти), либо на 3 отчетных периода по 6 недель. Оценки выставляются в конце каждого отчетного периода, а серьезные экзамены даются только в конце семестра.

Для учащихся учебный день длится приблизительно с 8 часов утра до 4 часов дня. Для большинства учеников предусмотрены двухнедельные каникулы зимой, одна неделя весной, плюс государственные праздники на протяжении года (в сумме 20 дней). Летние каникулы

длятся примерно 2,5 месяца; обычно ученики не посещают занятия летом, за исключением случаев, когда им необходимо наверстать программу.

Федеральное законодательство не накладывает никаких ограничений на продолжительность уроков. Обычно здесь школе предоставляется свобода при условии, что преподавание осуществляется в рамках стандартов, установленных в данном штате. В начальной школе весь день дети проводят с одним педагогом, в обязанности которого входит преподавать все дисциплины начальной школы.

Процесс преподавания варьируется не только на уровне классов, но и выше – на уровне школ и учебных округов. В отношении него никаких стандартов нет, как их нет и для заданий, даваемых ученикам. Например, в двух школах, расположенных в одном и том же штате и учебном округе и использующих одни и те же (или разные) учебные пособия: в первой учитель каждый день задает на дом упражнения из учебника, а во второй учитель не даёт ДЗ из учебника вообще, а вместо этого раздает на дом распечатки из других пособий. Обычно отсутствуют какие-либо нормативы по объему домашних заданий, хотя в некоторых школах к преподавателям все же предъявляются какие-то общие требования в отношении домашнего задания.

В средней школе и старших классах день разделен на две половины (по-английски «periods»), в течение которых ученики занимаются в разных классах и у разных преподавателей. Продолжительность урока варьируется от 60 до 90 минут. Обычно в течение дня ученик посещает в сумме 6 уроков, включая факультативные предметы («elective course» – *англ.*). Учебные дни: понедельник-пятница. Начиная со средней школы, отсутствует понятие перемены, хотя в начальной школе в день отводится 30 минут на отдых.

Роль учителя

В начальной школе дети учатся целый день у одного и того же педагога, в компетенцию которого входит преподавание всех предметов. Каждый год класс ведет новый учитель, и обычно учителя начальных классов преподают в одном и том же классе (или ученикам одного и того же возраста) на протяжении всей их педагогической карьеры. В средних и старших классах учащиеся ходят по классам в течение дня, занимаясь по каждому отдельному предмету у своего учителя. Американские учителя обычно всю жизнь преподают один предмет в одном классе, хотя случается, что некоторые педагоги преподают несколько предметов - в зависимости от нужд школы и их квалификации.

В настоящее время университетское и колледжное педагогическое образование едва ли дает нужные навыки, оно более сосредоточено на теории преподавания, нежели на практических занятиях. Почти во всех округах предлагаются программы дополнительного высшего образования, которое позволяет людям без какого-либо педагогического образования получить работу в должности учителя, совмещая вечерние занятия с преподаванием в школе, и стать сертифицированным учителем после одного года работы (или даже раньше). Программы второго высшего образования на проверку оказываются еще менее требовательными к кандидатам, чем университетский курс обучения на педагога, а проходные критерии являются минимальными.

Большинство преподавателей начальных классов не имеют специализации в какой-либо одной области, так как в их обязанности входит преподавание нескольких предметов в одном классе. У многих из учителей, преподающих в средних и старших классах, нет диплома колледжа в данной

области, при этом от них требуется проходить сертификацию и демонстрировать достаточную квалификацию для того, чтобы обучать данному предмету других.

Сегодня школы и округа предлагают учителям программы повышения квалификации для улучшения качества преподавания в классах. Большинство, однако, посещают лишь минимальное количество часов нужного курса - только лишь для того, чтобы продлить сертификат.

Обычно учителя работают 8 часов в день, в которые входит перерыв на обед и 45-90 минут на планирование. Предполагается, что учителя дома доделывают то, на что у них не хватило времени в течение рабочего дня, но не все следуют данной практике. Дополнительные занятия с отстающими учениками до и после школы не являются обязательными для учителя. Некоторые из преподавателей также берут на себя обязанности тренера школьной сборной (по спортивным или учебным дисциплинам) или работают в школьном комитете.

В США профессия учителя является довольно низкооплачиваемой. Зарплата американского учителя рассчитывается по многоступенчатой шкале, которая определяет зависимость между заработной платой и педагогическим опытом. Учителя с хорошим образованием и солидным опытом получают больше, чем их коллеги с сертификатом и простым дипломом бакалавра. Уровень зарплаты очень сильно варьируется в зависимости от штата, уровня жизни, класса, в котором преподают учителя. Также оплата труда не является одинаковой в пределах штата: так, в привилегированных пригородных учебных округах заработная плата выше, чем в других.



Оценка успеваемости учащихся

В одних школах контроль знаний производится раз в 9 недель, в других - раз в 6 недель. Оценка за каждый промежуточный период выставляется с учетом различных факторов, включая оценки за контрольные/самостоятельные/домашние работы, текущую успеваемость, проекты и работу на уроке за весь отчетный период. В году два семестра, и каждый из них, в свою очередь, состоит из периодов продолжительностью 6 или 9 недель. Оценка за семестр выставляется на основе оценок за каждый из периодов и оценок за выступление на итоговом экзамене. Годовая оценка выставляется на основе оценок за два семестра.

Согласно акту «Ни один ребенок не останется в стороне» все штаты должны тестировать учащихся во всех школах для того, чтобы убедиться, что они выходят из школы хотя бы с минимальным необходимым набором знаний. Каждый штат сам разрабатывает стандарты, которым необходимо соответствовать, и тесты, которые выполняются всеми учащимися данного штата. Акт также устанавливает, что ученики и школы должны демонстрировать приемлемый уровень прогресса, что подразумевает, что в школах должен наблюдаться рост успеваемости каждый год. На случай, если ученик не успевает за программой, акт «Ни один ребенок не останется в стороне» устанавливает, что с таким учеником должны быть проведены дополнительные занятия во время летних каникул.

Ученики должны показать соответствие своих знаний каким-то базовым критериям (внутриштатные тесты плюс оценки за период) перед тем, как допускаются к переходу на следующий уровень. Однако возможен и социальный отбор, особенно в малообеспеченных школах с большим количеством учеников, отстающих по программе. Под «социальным отбором» имеют в виду перевод ученика в следующий класс, независимо от его академической успеваемости, для того, чтобы не отрывать его от его социального окружения.

Подготовка в высшие учебные заведения

Одаренных учеников определяют еще в детском саду (детский сад в США совмещен с начальной школой), и собирают их в отдельный класс для того, чтобы они соревновались друг с другом. Учителям, которые занимаются с одаренными учениками, необходимо проходить тренинг каждый год, для того чтобы преподавать такого рода детям соответствующим образом. Участие в олимпиадах и марафонах является добровольным как для учащихся, так и для школ.

В старших классах ученики посещают уроки по разнообразным дисциплинам без какой-либо четкой направленности. Учебные планы существенно различаются по качественной составляющей и строгости исполнения. Тем не менее в большинстве школ учащиеся, собирающиеся поступать в колледж, могут выбрать себе более трудные предметы с ярко выраженной направленностью. Для тех, кто собирается пойти работать сразу после окончания школы, есть профессионально-технические дисциплины, хотя последнее встречается все реже и реже, так как школы стараются проложить дорогу в колледж для всех учеников.

Для получения диплома ученикам требуется успешно сдать основной материал школьной про-

граммы. Понятие «основной материал» варьируется в зависимости от штата, но в целом это самый минимальный набор знаний и умений. Чтобы иметь шансы поступления в высшие учебные заведения, ученикам приходится идти гораздо дальше, чем того требует школьная программа. За исключением основных требований программы учащимся старших классов предоставлена свобода в выборе предметов, которые они будут посещать, из чего можно заключить, что для учащихся нет предусмотренных «путей». Однако те, кто планирует поступать в высшие учебные заведения, в любом случае выбирают самые сложные предметы (курсы подготовки в колледж) из тех, которые преподаются в данной школе.

Специализированные курсы для поступающих в колледж в большинстве случаев ограничиваются более интенсивной математической подготовкой (продвинутый курс алгебры, и не только), более насыщенными курсами естественных наук (информатика, химия и физика) и курсами в области иностранных языков. Многие школы также предоставляют возможность записаться на курс повышенной сложности (*Advanced Placement – AP*) или в бакалавриат международного образца (*International Baccalaureate – IB*), которые являются более продвинутыми разновидностями школьных предметов – с усиленной программой и повышенным объемом материала. Некоторые колледжи засчитывают успешное прохождение *AP*- и *IB*-курсов, в качестве определенного количества баллов-кредитов (кредит – это зачетная единица, применяемая в системе высшего образования США; для завершения высшего образования в США необходимо набрать определенное количество кредитов, устанавливаемое данным институтом). Алгоритм перевода зависит уже от конкретного колледжа. Содержание *AP*-курса разрабатывается некоммерческой организацией



под названием «Комиссия по вступительным экзаменам» (*the College Board*); школы и округа обычно разрабатывают свои учебные программы для AP-курсов сообразно содержанию итоговых экзаменов.

Для поступления в колледжи или университеты абитуриенты заполняют форму заявления, уникальную для каждой школы. Успешное поступление в колледж определяется несколькими факторами, включая высокий средний балл (*GPA*), престижность специальности, факультативные дисциплины и результаты вступительных экзаменов.

В США существуют два вступительных экзамена: *SAT* (тест академической успеваемости) и *ACT* (тестирование в американские колледжи). Почти все колледжи принимают и тот, и другой, но *SAT* часто является обязательным. Он разрабатывается некоммерческой компанией «Комиссия по вступительным экзаменам» (той же компанией, которая занимается экзаменами для AP). *SAT* тестирует три составляющие: знание математики, умение критически читать и письмо. *ACT* был разработан как конкурент *SAT*. В нем оцениваются уже 4 составляющих: владение английским языком, математикой, умение читать, знание наук (биология и некоторые гуманитарные науки).

Для успешного поступления также необходимо отправить письменное сочинение (тема и критерии определяются конкретным колледжем). Колледжи с большим конкурсом часто выбирают себе кандидатов по содержанию сочинения, поэтому абитуриенты прилагают много усилий для того, чтобы их сочинение отвечало стандартам. Плата за подачу документов в колледж, а также за прохождение всех необходимых экзаменов (*SAT*, *ACT*, *IB* и *AP*) лежит на плечах будущих студентов, хотя в некоторых случаях правительственные программы предусматривают выдачу субсидий.

Определение стандартов учебных планов

В настоящий момент в США отсутствуют какие-либо положения касательно того, как должны строиться учебные планы и осуществляться преподавание в школе. При этом в свободной продаже имеются методические пособия, которыми учитель может воспользоваться. Часто пособия данного рода распространяются через коммерческие организации и частные об-



разовательные учреждения. Из-за отсутствия общенациональных стандартов педагогические услуги могут варьироваться даже в пределах одного учебного округа. Во многих школах есть «заведующий преподаванием», который следит за уровнем преподавания в школе. Несмотря на это, у учителей развязаны руки в плане выработки собственного стиля преподавания материала и поведения в классе.

У штата есть огромные полномочия выбора учебных планов. Способы выбора могут варьироваться, но обычно штат формирует комиссию для такого рода решений. Для примера, тexasские стандарты были разработаны коллегией, состоящей из учителей, методистов, представителей высших учебных заведений, представителей бизнеса и родителей. Члены данной комиссии отбирались среди населения штата по резюме на конкурсной основе. Затем стандарты обсуждаются, дорабатываются и утверждаются Комитетом образования данного штата. Членами такого комитета являются выборные должностные лица, каждый из которых представляет свой округ.

Роль учебного плана в преподавании математики

Подготовка учеников к изучению алгебры является одной из сложнейших задач для американской системы образования. В то время как американские четвероклассники занимают 4-е место среди учащихся из 30 высокоразвитых стран по знанию математики и умению решать задачи, их соотечественники, которые учатся в 8-м классе, занимают уже 25-ю позицию, (согласно данным независимой международной программы оценки успеваемости учащихся PISA). Такого крутого спада в успеваемости по математике, как в США, не наблюдалось ни в одной другой стране.

Большинство учеников не изучают алгебру до 9-го класса. Сегодня только самым сильным ученикам алгебра преподается в 8-м классе. Несмотря на это, многие штаты пытаются сделать так, чтобы все восьмиклассники изучали алгебру, а самым продвинутым детям она преподавалась уже в 7-м классе.

Существует несколько ключевых причин, почему дети не могут овладеть алгеброй. Одной из них является нехватка единого учебного плана для всех классов и неправильный порядок подачи материала в начальной школе. Учащимся преподаются изолированные друг от друга понятия, и у них не формируется в голове понимания математики.

Многочисленными исследованиями было подтверждено, что необходим единый учебный план для всех классов и корректировка содержания начального образования. Анализ данных, полученных по результатам Третьего международного исследования в области обучения математике и точным наукам (*TIMSS*), показывает, что отсутствие единого обучающего плана для всех классов существенно вредит как американским ученикам, так и американским преподавателям.

Доктор Уильям Шмидт, ведущий американский исследователь программы *TIMSS*: «Школьная программа в США в том виде, в котором она зафиксирована в актах и учебниках, отражает своеволие построения системы дисциплин, в которой разделы наук спонтанно преподаются в разных классах».

Примером такой неудачной подачи материала может служить преподавание геометрии ученикам, заканчивающим обучение в начальной школе. Следующий раз после начальной школы геометрия встречается в виде отдельной дисциплины в старших классах. Она не встроена в курс алгебры. Некоторые ученики начинают изучать ее после первого курса алгебры, а некоторые по завершению аж второго курса алгебры (в американской системе образования данные курсы идут под названиями «Algebra I» и «Algebra II» соответственно). К примеру, обычный ученик выпускается из школы, пройдя в 9-м классе первый курс алгебры, курс геометрии в 10-м классе, второй курс алгебры – в 11-м классе и не изучая математику в 12-м классе. Учащиеся, желающие получить от школы нечто большее, чем минимальные знания, добровольно записываются на такие предметы, как «Продвинутая алгебра» (*Pre-Calculus* в американской системе образования), математическая статистика, ма-

тематический анализ. В некоторых штатах требуется, чтобы выпускники изучали математику в течение четырех лет в старших классах, в то время как в других достаточно трёх.

В большинстве штатов теория вероятностей, статистика и комбинаторика преподаются в 8-м классе. Других требований, помимо этого, к данному предмету не предъявляется. При этом учащимся разрешается записываться на статистику в старших классах (как на предмет по выбору). Математическая статистика не встроена в учебный план, а является автономным годичным предметом, на который можно записываться в старших классах после прохождения первого курса алгебры.

Исследования показали, что с началом курса алгебры у американских учеников появляются серьезные трудности в изучении математики – тенденция, которая особо отчетливо видна в школах в бедных районах, где живут малоимущие семьи. Данный упадок математического образования – это повод задуматься как методистам, так и законодателям, и многие из них начинают призывать к тому, чтобы элементы алгебры были включены в содержание образования начальной школы. Если не предпринимать никаких действий, при условии, что учащиеся не получают должных математических азов в раннем возрасте, этот крутой спад академических показателей в средних и старших классах будет только продолжаться.

Некоторые из рассматриваемых в настоящее время решений используют технологические достижения для обеспечения более эффективного обучения, особенно с точки зрения оценки деятельности учащихся с целью последующей корректировки преподавания. Другие решения требуют совершенствования профессиональной атмосферы преподавания, чтобы учителя могли чувствовать себя более уверенно в классе и выполнять свою работу более эффективно. Еще одно решение видится в создании основательного и единого учебного плана по математике, отсюда и тенденция к передаче образовательных полномочий федеральной власти. В качестве других идей предлагается увеличить зарплату учителям и сделать более избирательную систему надзора за преподаванием, последнее для того, чтобы отличать плохих учителей от хороших. Все из вышеперечисленных решений в области улучшения математического образования в США все чаще и чаще выносятся на повестку дня американских властей как взаимодополняемые.

Материалы работы комиссии на сайте <http://pegase.univ-fcomte.fr/ctu/IREM/Internat.htm>

М. И. БАШМАКОВ
Санкт-Петербург

Мы учим и учимся математике в нашем общем доме — Европе

По материалам исследования обучения математике
в европейских странах

Введение

Европейское сообщество (ЕС) предложило в 1998 г. Европейскому математическому обществу (EMS) провести исследование на тему «Сравнительные характеристики уровня обучения математике для молодежи в возрасте 16 лет». К этой работе помимо комиссии по математическому образованию EMS, членом которой является автор статьи, было привлечено еще 10–12 человек в качестве национальных экспертов. Хотя исследование было нацелено на страны ЕС, в число экспертов входили представители нескольких стран, не входящих в ЕС, в том числе России. Отметим, что комиссия исходила из очень высокой оценки состояния математического образования в России и поэтому максимально использовала наши национальные материалы и документы, которые были собраны (вместе с материалами и других стран) в специально созданном информационном центре в г. Безансон (Франция).

Результаты работы комиссии были обсуждены на конференции, которая состоялась 11–12 мая в Люксембурге и в работе которой принимали участие не только математики, но и ответственные чиновники всех стран ЕС. Материалы работы комиссии — общий отчет, список математических задач для сравнения уровня, национальные отчеты — помещены в Интернете на сайте <http://pegase.univ-fcomte.fr/ctu/IREM/Internat.htm>.

Полезно отметить, что как постановка задачи исследования, так и представление его результатов совершенно не похожи на материалы внешне аналогичных международных проектов, проведенных в последние десятилетия (типа TIMSS, PISA и др.). К сожалению, название проекта, как отмечалось всеми его исполнителями, плохо соответствовало поставленным задачам, потому что в них совершенно не входило определение и сравнение уровня обучения в разных странах, ни тем более составление рекомендаций по его унификации или стандартизации. Главным лозунгом проведенной работы мог бы быть такой:

«Достижения в области математического образования в европейских странах с их националь-

ными традициями и различиями являются общей драгоценностью, которую надо осмыслить, беречь и развивать».

Отметим, что указанный в названии проекта возраст в 16 лет был выбран в качестве среднего возраста, на котором кончается обязательное среднее образование в большинстве стран.

Что нас объединяет?

Мы выберем тезисный стиль обзора результатов проекта, так как подробное их изложение потребовало бы много места и времени для их изучения. По желанию читателей можно было бы вернуться к одному — двум из затронутых вопросов.

Итак, что же объединяет математиков всех стран в их суждениях о математическом образовании?

1. Цели математического образования понимаются всеми более или менее одинаково, несмотря на существенные различия в их формулировках, которые можно наблюдать в собранных нами официальных документах (программах, национальных стандартах и т.п.). Главное, в чем были единодушны все участники, можно сформулировать следующим образом.

В определении целей общего математического образования всегда соседствовали два направления: **утилитарное** (прагматическое), нацеленное на потребности в применении математики в практической жизни, и **концептуальное**, нацеленное на усиление роли математики в общем развитии человека. Если особенности состояния общества в 50–90 гг. XX в. диктовали примат утилитарного подхода, то изменения в этом состоянии, происходящие в последние десятилетия, диктуют явный перевес концептуальных целей обучения, причем эта тенденция в ближайшем будущем будет только усиливаться.

2. Весьма близки оказались взгляды на тот вклад, который может внести математика в общее развитие человека. Нам было очень приятно, что схема параметров, по которой можно было бы определять этот вклад, разработанная в России нашим коллективом, была принята (практически без содержатель-

ных изменений) в качестве европейского документа. Хотя эта схема публиковалась в нашей печати уже несколько раз, мы приведем ее в виде, в каком она вошла в отчет комиссии (внизу с.42).

3. Несмотря на все различия в сложившихся традициях *в обучении математике, у профессионалов нет трудностей во взаимопонимании*. Это относится к самым различным вопросам — к содержанию обучения, к проблемам подготовки учителей, к оценке возможностей учащихся, к определению места математики в общей системе образования. Если в прежние годы методика обучения математике носила ярко выраженный «национальный характер», привязанный к национальным программам и учебникам, то в последнее время заметна «интернационализация» этой сферы: несмотря на формальные препятствия, страны начинают активно обмениваться методическими материалами. В качестве нескольких примеров могу привести следующее. Во всей Европе проходит массовая математическая игра «Кенгуру», использующая общие задания. Из более двух миллионов участников этой игры в Европе около 340 тысяч приходится на Россию. Выпуски дидактических материалов, подготовленные нашим институтом, переведены в Польше и Франции и активно используются, несмотря на все различия в программах.

4. Во всех странах усиливается внешний административный нажим на необходимость реформ в школьном образовании вообще и обучении математике в частности. Эта необходимость везде связывается с различными изменениями, происходящими в обществе (например, его информатизация, растущая социальная дифференциация, сокращение общегосударственных расходов на образование, стремление к стандартизации и многое другое). В то же время все участники комиссии оказались едины в том, что *нельзя делать существенных изменений в содержании и методах обучения, пока не станут более ясными и общепринятыми его цели и перспективы*.

Комиссия подчеркнула необходимость более активно противостоять административным попыткам дурно понимаемой «стандартизации» в образовании, которая чаще приносит вред, игнорируя многие важ-

ные стороны развития человека, чем пользу в мнимом отстаивании справедливости и доступности.

В чем мы различны?

Анализ национальных отчетов показывает, что системы образования, принятые в разных европейских странах, отличаются друг от друга.

Перечислим наиболее заметные отличия.

1. Существенно различаются сроки обязательного обучения в школе, которые варьируются от 14 до 18 лет, что затрудняет исследование математического развития к определенному возрасту (к 16 годам, как это было выбрано для обсуждаемого проекта). Заметна, тем не менее, общая тенденция к удлинению срока обязательного пребывания ученика в школьной системе.

2. Заметно различается момент, когда в школьном обучении начинается дифференцированное (профильное) обучение. Ряд стран (Австрия, Бельгия, Нидерланды, Англия) начинают дифференциацию обучения уже в 11–12 лет, а в ряде регионов Германии даже в 10 лет, в то время как в России, Финляндии, Швеции этот процесс начинается лишь в 16–17 лет. Можно отметить, тем не менее, общее стремление отложить на возможно более поздние сроки фактическую профилизацию обучения, что часто противоречит сложившимся традициям.

3. В ходе исследования обнаружили существенные различия в выборе основных методов изучения математики. Ряд стран привержены к традиционной методике «передачи знаний». Другие страны решительно встали на «конструктивный» путь обучения, в котором сам процесс овладения различными математическими умениями признается более важным, чем совокупность приобретенных знаний.

4. Число часов, отводимых на математику в учебных планах различных стран весьма разнообразно. Так, для школьников в возрасте 16 лет оно меняется от 3 до 8 уроков в неделю. Несмотря на общую тенденцию сокращения числа часов на математику, в большинстве стран оно занимает по удельному весу второе место (после родного языка и литературы). При этом в США (где наблюдается колоссальный общественный интерес к математическому образованию)

Вклад математики в развитие личности учащегося

Общее развитие	Мир математики	Приложения
Алгоритмы	Числа	Моделирование
Рассуждения, доказательства	Геометрические фигуры	Исследование
Язык и символы	Преобразования	Приближенные вычисления
Визуальное мышление	Уравнения	Использование вычислительных устройств
Перенос в новую ситуацию	Функции и графики	Контроль и самоконтроль
Интерес к математике, уверенность в ее использовании	Измерения	
	Анализ данных	

оно занимает первое, а в Нидерландах даже четвертое место, уступая информатике и иностранному языку.

5. Весьма велики различия в характере использования компьютеров в обучении математике. Этот вопрос достаточно сложен и подвержен быстрым изменениям, поэтому мы не будем на нем сейчас останавливаться.

6. Наиболее интересным оказался анализ различий по содержанию обучения математике и его распределению по годам обучения. На первом этапе для изучения и сравнения было выбрано пять тем:

- 1) «Квадратные уравнения»;
- 2) «Теорема Пифагора»;
- 3) «Подобие»;
- 4) «Проценты»;
- 5) «Текстовые задачи».

Различные соображения о преподавании этих тем в странах Европы можно прочесть в национальных отчетах, помещенных на упомянутом выше сайте комиссии. Отметим интересное наблюдение: в ряде стран (Франция является наиболее характерным примером) изучение содержательных вещей стараются отложить на возможно более поздний срок. В результате последние два года изучения математики оказываются очень перегруженными. Приведем такой характерный пример: при составлении общих для всех заданий международного конкурса «Кенгуру» мы всегда испытываем большие трудности, так как такие темы, как «Теорема Пифагора», «Разложение многочленов на множители», «Решение неравенств» и т.п., в большинстве стран Европы изучаются позже, чем у нас.

Разумеется, есть много и других расхождений в обучении математике в европейских странах — состояние инновационных процессов, структура и характер использования учебников, роль экзаменов и способы их организации, системы повышения квалификации учителей и т.д.

Примеры для обсуждения

Важной составной частью международного исследования явился набор задач, с помощью которых можно обсуждать отдельные параметры обучения математике, проявления в школьном курсе важных математических идей. Всего в списке 65 задач, предложенных представителями разных стран (я уклонился от представления российских задач по разным причинам). Каждая задача сопровождается небольшой справочной картой, указывающей ее происхождение, назначение, отражение математической идеи, уровень сложности, рекомендации по использованию.

Члены комиссии как в сопроводительном тексте, так и во всех обсуждениях подчеркивали, что эти

задачи предлагают пищу для размышлений, а не материал для сравнения. Как написал один из наиболее активных членов комиссии, немец Рудольф Штрассер, «худшим использованием международного сравнительного тестинга могло бы быть ранжирование европейских стран, выделение из них «чемпионов» и «второй лиги».

Приведем несколько примеров.

1. После повышения цены на 40% товар был продан за 84 франка. Какова была его первоначальная цена?

Параметры этой задачи ясны и не заслуживают обсуждения. Любопытны данные, приведенные французами. Задача была предложена ста тысячам учеников разного возраста. Лишь 22% пятнадцатилетних учеников и 66% семнадцатилетних с ней справились.

2. На рисунке изображен усеченный куб (в тексте был приведен рисунок). Требуется построить сечение куба, проходящее через точку A и параллельное плоскости PQR . (Точки P, Q, R взяты на ребрах, выходящих из одной вершины, точка A взята на одном из ребер.)

Эта задача обсуждалась в связи с такими вопросами: Предназначена ли она для всех учащихся или только для тех, профиль обучения которых связан с техническим черчением? Можно ли такую задачу предлагать в тех странах, где не изучают специально стереометрию (такие страны в Европе есть)? Входит ли в решение обоснование проведенного построения? и т.п.

3. В первый год работы музея его посетило 250 000 человек. В последующие годы число посетителей увеличивалось на 8% ежегодно.

а) Сколько человек посетило музей за второй год и за первые два года вместе?

б) Сколько человек посетило музей в пятый год его работы и за первые пять лет вместе?

в) Те же вопросы для n -го года.

г) Всего было напечатано 2 миллиона входных билетов. Хватит ли их на первые 10 лет работы музея?

При обсуждении этой задачи следует обдумать использование вычислительных средств для ее решения. Из тестировавшихся семнадцатилетних французских школьников на вопрос а) правильно ответило 80%, а на вопрос г) лишь 15%.

4. На треугольном участке земли строится прямоугольный бассейн так, чтобы одна из его сторон проходила по границе участка (в тексте был приведен рисунок). Когда площадь бассейна будет максимальной?

В связи с этой задачей обсуждались вопросы использования в обучении информационных технологий. Дело в том, что в Европе широкое распространение имеет пакет «Динамическая

геометрия», который позволяет решить задачу без обращения к производной или к другим привычным методам решения задач на отыскание экстремумов.

Комиссия рекомендовала использовать составленные задачи (еще раз напоминаю, что они доступны через Интернет) для анализа национальных традиций и наблюдающихся тенденций в их изменении. Они могут быть индикаторами сильных и слабых сторон обучения математике в данном регионе или данной группе школ.

Заключение

Общение с математиками европейских стран и обсуждение с ними в неформальной обстановке вопросов обучения математике позволили мне сформулировать несколько мыслей, которыми я поделился с моими зарубежными коллегами и которые охотно предоставляю на суд читателей.

1. Мир украшается занятиями математикой (эта известная формулировка принадлежит не мне), поэтому быть в мировом сообществе людей, несущих это украшение детям, радостно, почетно и ответственно. Позитивные эмоции, положительная составляющая нашей работы окупают те жизненные трудности, с которыми нам приходится сталкиваться. Тем более ценным и необходимым становится широкое международное общение.

В этой связи я еще раз хочу обратить внимание на международную игру «Кенгуру», которая является доступным способом такого общения на любом уровне — от школьного класса до национального региона.

2. Необходимо соблюсти баланс между двумя тенденциями — сохранить традиционное ядро обучения математике и обновить содержание и методы этого обучения.

Являясь горячим сторонником приоритета первой тенденции, я хочу обратить внимание на то, что упомянутое ядро обучения не всегда точно очерчено. Это открывает путь спекулятивным нападкам на любые новшества и изменения. Отношение к этим новшествам надо вырабатывать не с тех позиций, что раньше этому не учили и получали хорошие результаты, а сравнением с общим корпусом задач математического образования и его содержания. В этой связи следует отметить достаточно низкий уровень представления этих задач в нашей педагогической печати — от появившихся формулировок концепции математического образования до выработки списков примеров обязательных задач, большинство из которых может быть сведено к нажатию кнопки надлежащим образом подготовленного компьютера.

3. Я призываю решительнее освобождаться от формализма в преподавании математики. Образцом такого формализма, достойным занять место в истории глупостей, является постоянно возникающий спор методистов, включать или не включать конец интервала в промежуток монотонности функции. Мы были свидетелями снижения оценок, когда, скажем, на вопрос, в какой области возрастает функция $y = x^2$, ученик отвечал, что при $x > 0$. Многие «методические требования» прикрываются ложно понимаемым тезисом, что главное педагогическое достоинство математики состоит в воспитании точности мысли и строгости ее формулировок. Все же на первое место надо поставить содержательность математической мысли и понимание ее существа. Даже если мы будем говорить о воспитании логического мышления и точности выражения мысли как одной из важных задач обучения математике, то эти качества должны вырабатываться как следствие освоения содержательно богатого материала, а не с помощью игры в определение.

4. Самый трудный вопрос для педагогики математики — это вопрос о том, как же измерять, как оценивать уровень математического образования? До сих пор наша методическая литература насыщена всевозможными списками задач, с помощью которых и предлагается оценивать достигнутый уровень образования. При этом часто возникающее естественное требование сократить или увеличить объем математической подготовки той или иной категории учащихся сводится к сокращению или увеличению этого списка. Наивно рассчитывать на то, что человек сохранит способность решать подавляющее большинство этих задач (а часто даже понимать их постановку) через несколько лет после окончания школы. Все это вместе толкает учителя на бедность и ограниченность задач, решаемых на уроках, особенно в случаях сокращения числа часов на математику. Заслуживает внимания другая точка зрения, при которой ученикам (даже в слабом классе или в условиях нехватки часов) предлагают содержательную, интересную и развернутую математическую деятельность, не рассчитывая на возможность ее репродукции в дальнейшем. Приобретаемый при этом опыт может оказаться важнее (и дольше запомнится), чем натаскивание на выполнение простых операций. Разумеется, такой подход требует серьезной методической подготовки, однако примеры реализации такого подхода уже имеются и о них я рассказывал на заседаниях международной комиссии.

Идеи, изложенные в настоящей статье, активно разрабатывает Институт продуктивного обучения Российской академии образования, находящийся в Санкт-Петербурге.

Памяти Г. В. Дорофеева, по учебникам которого учатся миллионы школьников.

М. БАШМАКОВ,
Санкт-Петербург

Учитель и учебник

Учебник как пиршественный стол

Проведем аналогию между двумя важными процессами в жизни – между обучением и едой. Как всякая аналогия она будет хромать, но одновременно сможет выделить некоторые новые моменты.

Как обучение, так и еда призваны обеспечить определенный круг потребностей растущего организма. Будем считать, что эти потребности уже известны и у нас есть о них достаточно ясное представление. Для реализации обоих процессов мы должны позаботиться об их материальном обеспечении – выбрать и закупить необходимые продукты для еды или учебные материалы для обучения, оборудовать помещения (столовую, кухню, класс, кабинет и пр.), наполняя их необходимыми инструментами и приспособлениями. Список современных возможностей для этого достаточно велик, и мы не будем их перечислять. С точки зрения обучения нас интересует учебник и мы хотим найти его аналогию в процессе еды и приготовления пищи.

В наиболее распространенной модели обучения использование учебника похоже на организацию питания в коллективе – в детском интернате, рабочей столовой или во время конференции. Меню составлено заранее, блюда приготовлены и их подают в определенном порядке, кто-то уже позаботился о количестве еды и ее качестве, калорийности и внешнем виде. Иногда допускается более активная роль того, кого кормят, – скажем, допускается выбор очередного блюда из ограниченного списка. Аналогию с использованием учебника проследить нетрудно, но мы не будем этого делать, прежде всего потому, что наша цель – не критика используемых моделей, а обсуждение новых возможностей.

Главное, о чем хочется сказать, для модели кормления не является новым. Кратко его можно уподобить традиции накрытого стола, скатерти-самобранки.

Если вы собираетесь накормить случайно собранную группу людей, например, во время какой-то встречи, собрания, приема, то легче всего организовать то, что принято называть «шведским столом» или «фуршетом». Вы позаботитесь тем

самым о насущных проблемах (участник не должен ощущать голода), о достаточном разнообразии блюд и напитков. Аналогом такой модели в обучении могут служить учебные пособия справочно-энциклопедического характера. Эту аналогию также проследить нетрудно, и мы оставляем ее для фантазии читателя.

Разовый фуршет по случайному поводу не накладывает никаких долгосрочных обязательств на его организаторов. В последние годы получила развитие система шведского стола, рассчитанная для длительного срока применения и имеющая возможности решения достаточно сложных задач питания. Она применяется, например, при организации длительного отдыха в крупных курортных отелях или клубах. В них продумывается не только набор блюд, предлагаемых для одного обеда, но цельная система, имеющая некоторые постоянные компоненты и одновременно предусматривающая включение за период отдыха новых элементов, причем не только по их номенклатуре, но и по типовой направленности (скажем, вегетарианский день или день итальянской кухни).

Может ли учебник, оставаясь ведущим элементом в обеспечении обучения, быть уподоблен системе «накрытого стола»? Наш ответ – да, но это потребует, с одной стороны, серьезных творческих усилий со стороны авторов учебника, с другой стороны, существенной перестройки мышления учителя и приобретения им новых профессиональных умений и качеств, и наконец, дизайнерского творчества со стороны издательства.

Остановимся на первой стороне. Если все обучение вести по системе накрытого стола, то в этой системе могут быть предусмотрены некоторые специальные уголки, подобные тому, как в упоминавшихся курортных отелях оборудуются места, где отдыхающий может сам себе выжать сок из свежих фруктов или с помощью повара зажарить кусок мяса по своему вкусу. Однако ведущим элементом в организации питания все равно является основной стол, равно как и при обучении, ведущим элементом должен остаться учебник.

Что же должно быть подготовлено для основного стола, то есть включено в учебник, и как это должно быть расставлено? Пора оставить теоретизирование и привести пример. Для нового учебника геометрии 7–9-х классов нами предложены следующие структурные единицы для каждой темы.

Теория:

1. Описание фигур
2. Сравнение фигур
3. Построение
4. Измерение
5. Доказательство свойств фигур

Беседы:

1. Заглядываем вперед (опережающий материал)
2. Оглядываемся назад (исторический материал)
3. Выходим в пространство
4. Учимся логике
5. Ставим трудные вопросы и отвечаем на них

Практика:

1. Смотрим и представляем
2. Планируем и строим
3. Измеряем и применяем на практике
4. Исследуем и доказываем
5. Развиваем сообразительность
6. Занимаемся в математическом кружке
7. Проверяем результаты

Каждая из приведенных единиц является самостоятельным учебным модулем. Разумеется, между ними есть внутренние связи, но они не создают структуру линейно упорядоченного графа. Если бы мы стали строить граф связей между выделенными семнадцатью вершинами, то мы обнаружили бы в нем петли и циклы, возможности построения различных гамильтоновых путей, то есть путей, проходящих через все вершины, а также необходимость различения уровня связей (как приписывают веса связям в транспортных сетях).

Сразу скажем, что так построенный учебник

– не предусматривает того, что маршрут обучения пройдет через все точки (не все должно быть съедено);

– не определяет порядок движения (теперь многие начинают обед с чая или фруктов, а салат едят в конце);

– не отвечает за учебную перегрузку (к обеду приглашены как люди, боящиеся избытка холестерина, так и нуждающиеся в питании повышенной калорийности);

– не фиксирует профильную направленность обучения, хотя и выбирает некоторую систему приоритетов (в отеле могут отдыхать дети с родителями,

люди разных возрастов, но возможно указание на преимущественные особенности).

Разумеется, формулировки по принципу отрицания могут дать информацию о том, чего не надо ждать от учебника, но мало говорят о том, что в нем должно быть. Конечно, модули должны обеспечить требования государственного стандарта, прежде всего, в части содержания основных учебных программ. Они должны также задать способы реализации требований стандарта в части уровня подготовки выпускников, хотя дидактический материал для этой реализации может быть перенесен в другие части учебно-методического комплекта, сопутствующего учебнику. Трудным вопросом является то, насколько учебник может определить средства реализации тех положений стандарта, которые не могут быть формализованы и не подлежат государственной проверке, – это, прежде всего, сформулированные в стандарте цели общего развития и воспитания средствами данного предмета. Обед ведь тоже должен быть вкусным и красиво поданным, может знакомить с новыми блюдами, приучать к правилам поведения за столом и т.п. Мы считаем, что учебник должен содержать материалы, которые могут быть прямо использованы для поиска средств решения задач интеллектуального и общекультурного развития и воспитания. Для этого он должен включать в себя разнообразные модули, которые могли бы определить содержание и формы различной учебной деятельности. Короче говоря, учебник должен быть богатым и щедро накрытым столом для пиршества, на которое учитель пригласит своих учеников.

Учитель как радушная хозяйка

«Мы диалектику учили не по Гегелю» – эта знаменитая стихотворная строчка может служить эпиграфом к основной мысли предлагаемой системы. Учитель, приступая к профессиональной работе, должен достаточно свободно владеть основными идеями курса математики, ориентироваться в психолого-педагогических вариантах его изучения, быть готовым взять на себя ответственность за реализацию требований к образованию со стороны семьи, общества и государства. Выбирая (или принимая навязанный ему) учебник, он все равно должен учить школьников математике не «по Киселеву» или «по Башмакову», а сообразуясь с содержательными связями в обозначенном треугольнике: «математика – педагогика – ученик».

Во все времена встречались учителя, которые брали на себя обязанности не только хозяйки, угощающей гостей, ведущей их прием, но и кухонные

функции, самостоятельно изготавливая нужные им блюда, то есть учебные материалы. В более типичной ситуации учитель ориентируется на какой-либо один учебно-методический комплект, то есть на определенный, доступный ему набор готовых блюд или полуфабрикатов, легко доводимых до кондиции. После получения этого набора наступает главное – нужно суметь им распорядиться.

К сожалению, в последние два-три десятилетия была принята следующая схема. Получив учебник, учитель снимает с себя ответственность за его соответствие целям математического образования, видит свою функцию в организации освоения его содержания и, в свою очередь, требует представления ему порядка подачи блюд, то есть «тематического планирования», вместе с подробными указаниями на то, когда и что нужно изучать, какие задачи решать, какие давать самостоятельные или контрольные работы. Можно найти много оправданий этой схеме, в числе которых и происходившие серьезные изменения в содержании математического образования, и недостатки в существующей базовой подготовке учителей. Однако надо ясно осознать, что эта схема вошла в явное противоречие как с происшедшими сдвигами в оценке назначения математического образования (с «социальным заказом»), так и с практикой его реализации. Мы пришли к тому, что официально рекомендуется десяток параллельных учебников, предлагающих столь различные варианты работы с ними, что никакой учитель не в состоянии разобраться в их совокупности и потому полагается при выборе учебника на в общем-то второстепенные моменты (наличие учебников в школьной библиотеке, сложившиеся привычки, рекомендации местных методистов и т.д.). Поэтому не стоит удивляться тому, что ученики, накормленные таким комплексным обедом, оказываются неспособными к перевариванию новой пищи, которую им предлагает жизнь.

При нормальной постановке вопроса учитель должен сам составлять свое тематическое (календарное) планирование, ориентируясь на конкретную учебную обстановку и отвечая за его соответствие поставленным учебным задачам. В учебнике (или более широко – в УМК) он должен найти основной необходимый ему материал. Недостаточность такого материала и должна служить главной причиной отказа от такого учебника. С другой стороны, учебник может привлечь новыми, неизвестными для учителя учебными материалами, которые повысят его педагогическое мастерство. Разумеется, предлагаемая схема не исключает необходимость методической помощи учителю. Однако ее следует искать не в учебнике

или приложениях к нему. Учебник, написанный по предлагаемой нами системе, не должен навязывать методику изучения предмета. Прежде всего, учебник предлагает набор разнообразных блюд. Среди них – мотивация введения новых понятий, представление самих понятий в разной форме, от примеров и ассоциаций до определений и логических выводов, основные действия с новыми понятиями, выявление связей между ними, использование различных информационных языков, инициирование сложной самостоятельной деятельности, включая проекты, исследовательские и лабораторные работы, материалы для контроля и самоконтроля, включение изучаемых идей в исторический и общекультурный контекст и т.п.

Разумеется, учитель для составления плана работы с учебником должен ознакомиться с предлагаемыми блюдами, что-то попробовать на вкус, о чем-то незнакомом получить дополнительную информацию, что-то отложить как не востребовавшее. Модульная структура учебника, накрытого как пиршественный стол, должна позволить учителю использовать модули по своему усмотрению, в любом порядке и произвольном объеме.

Полезно помнить, что современный школьник, проводящий много времени в поиске контактов и информации через интернет, легко воспримет предложение учителя перелистать учебник с 10-й страницы до 200-й, а потом обратно, прочесть строчку на одной странице, посмотреть на картинку, расположенную через 10 страниц, и прочесть определение еще в другом месте. Некоторая поверхностность, нарушение систематичности, фрагментарность деятельности – все это неизбежные черты нового мышления, сопротивляться которому бессмысленно. Гораздо продуктивнее принять на вооружение его положительные черты и заставить их служить реализации новых задач обучения и воспитания.

Издатель как хозяин кухни и распорядитель стола

Приведу один пример из области книгоиздания. В 1928 г. отмечалось 300-летие Шарля Перро. Одно издательство решило выпустить к юбилею иллюстрированное издание его сказок. Оно остановилось на каноническом тексте первого издания, в котором было 11 знаменитых сказок (включая наши любимые «Кот в сапогах», «Спящая красавица», «Золушка» и «Красная Шапочка»). Это можно сравнить с выбором канонического материала для школьной математики. Выбрать графическое исполнение было трудно – существовало много прекрасных наборов иллюстраций старых и современных художников. Издательство

пошло по такому пути. Оно выбрало три основных технических реализации – литографию, гравюру на дереве, цветной офорт (это можно сравнить с тремя профилями представления математических идей). Для каждого технического приема было выбрано 11 (по числу сказок) художников (авторов учебников по математике, специализирующихся на разных профилях), каждый из которых дал одну иллюстрацию. Среди художников были, кстати, два русских мастера – Юрий Анненков и Александр Алексеев. Получилось 33 различных блюда. Теперь наступила очередь издательства. Оно пригласило хорошего дизайнера, который по согласованию с художниками выбрал формат книги, используемую бумагу, заказал новый шрифт и скомпоновал все это в виде замечательной и удобной для чтения книги. Так получился живущий уже 80 лет издательский

шедевр, который так и называют: «издание 33-х гравюров».

Для хорошего обеда надо выбрать набор блюд, пригласить хороших поваров, купить по их заказу качественные продукты, а затем красиво и удобно накрыть стол. Издательство при подготовке современного учебника должно следовать аналогичной схеме. Найти издательство, желающее так работать и к тому же располагающее необходимыми ресурсами, крайне трудно. Вот почему так трудно найти учебник, который бы удовлетворил современным требованиям и одновременно был бы понятен по структуре, удобен учителю в повседневной работе, привлекателен для ученика. Тем более нужно быть внимательным и терпимым к первым попыткам ряда издательств существенно изменить школьный учебник по математике.

ИНФОРМАЦИЯ

4 марта 2010 года

Президент РСР В.А. Садовничий

**считает условием будущего технологического прорыва России
поддержку талантливых школьников и повышение статуса ученого в обществе**

1 марта на встрече с победителями интеллектуальных соревнований школьников и их наставниками в г. Петропавловске-Камчатском, состоявшейся в рамках визита делегации Российского союза ректоров в Камчатский край, президент РСР академик В.А. Садовничий заявил о том, что условием преодоления технологического отставания России является восполнение утраченного уровня передовых фундаментальных исследований.

В.А. Садовничий убежден, что первым шагом в этом направлении должно стать восполнение генерации молодых ученых-энтузиастов, и эту работу следует начать с поиска одаренных детей во всех регионах страны. Другим важнейшим фактором является повышение авторитета научной работы и статуса ученого.

«Наука должна стать мечтой для каждого школьника, подобно тому, как раньше дети мечтали быть исследователями космоса или физиками-ядерщиками. В обществе должно утвердиться мнение о науке как об исключительной области человеческого приложения и вершине пирамиды профессиональных устремлений», — сказал президент РСР.

В.А. Садовничий отметил высокий творческий и интеллектуальный потенциал юных жителей Камчатского полуострова, о чем, по его мнению, свидетельствуют их успехи в интеллектуальных соревнованиях, и призвал их заняться научным

творчеством: «Науку делают коллективные усилия, но прорывы в ней совершают ученые, вырастающие из талантливых детей, то есть прорыв предстоит совершить вам».

Президент РСР сказал, что первым шагом молодежи в науку становится участие в школьных олимпиадах, поскольку это мобилизует ее интеллектуальный потенциал и закаляет бойцовские качества, необходимые ученому. Юные россияне, проживающие в отдаленных регионах, в т.ч. в Дальневосточном федеральном округе, могут участвовать в заочных и дистанционных турах олимпиад – это компенсирует им трудности участия в связи с отдаленным местом проживания.

Руководитель ректорского сообщества особо призвал школьников тщательно выбирать соревнования и конкурсы для участия и ориентироваться на бесплатные олимпиады: «Все 87 олимпиад Российского совета олимпиад школьников, входящие в перечень Минобрнауки России, бесплатны. Платные соревнования, как правило, проводят организаторы, не всегда отвечающие за качество заданий и механизмы проведения. Такие олимпиады не всегда являются авторитетными для образовательного сообщества, а результаты участия в них не всегда помогают будущему становлению детей. В России сегодня очень много хороших школьных олимпиад и других интеллектуальных конкурсов, и все они бесплатны».

М. БАШМАКОВ,
Санкт-Петербург

Что такое школьная математика?

Однажды меня попросили ответить на вопрос — что такое школьная математика. Кратко я ответил следующим образом.

Школьная математика — это содержательное, увлекательное и доступное поле деятельности, дающее ученику богатую пищу для ума, связывающее его с общечеловеческой культурой, формирующее важнейшие черты его личности.

Разумеется, приведенная фраза не отвечает на вопрос, вынесенный в заголовок статьи. В лучшем случае она говорит о том, какова должна быть школьная математика, причем в таких общих словах, которые могут быть отнесены к любому другому предмету.

Эта фраза формулирует основные шесть требований, которые мне хочется предъявить к процессу школьного математического образования:

- содержательность,
- увлекательность,
- доступность,
- развитие интеллекта,
- связь с общечеловеческой культурой,
- воспитательное воздействие.

Обосновывая необходимость пополнения наших педагогических возможностей по названным шести позициям, я буду вынужден ссылаться на действующие учебники. Я заранее прошу прощения у их авторов — моя статья не является критическим разбором их учебников. Выдернутые из них цитаты взяты мною для характеристики общего положения дел.

1. Содержательность курса. Большинство критических высказываний о школьной математике начинается с упреков в ее перегруженности. Соглашаясь с этим, я одновременно вижу существенное падение ее содержательности.

Автор известных учебников при методическом разборе изучения темы «Действительные числа» в 8-м классе указывает в качестве одной из *основных целей*: «доказать формулу $\sqrt{x^2} = |x|$ и научить школьников использовать ее...» (Математика в школе, 2003, № 5, с. 10). Я специально выбрал пример, который покажется спорным большинству учителей — они «любят» эту формулу и тратят на нее много времени (и не только в восьмом классе). С точки зрения математики формула $\sqrt{x^2} = |x|$ бессодержательна. Она относится к языку, обозначениям, договоренностям, но не

к содержанию предмета. Усиленное внимание к ней не только бесцельно, но может принести вред — она развивает неправильное представление о содержании математики. Кроме того, она «агрессивна», может служить инструментом «войны», помогая строить всякие ловушки и подвохи. К слову, состояние войны между учеником и математикой является достаточно типичным явлением. Поэтому создание дружественной атмосферы в школьном математическом образовании является важной целью математического образования.

Содержательность курса школьной математики должна, на мой взгляд, усилиться в следующих двух направлениях. Прежде всего нужно провести «ревизию основных математических идей» и проследить за тем, чтобы все они нашли свое отражение. Разумеется, при этом должно быть соблюдено чувство меры и сохранены лучшие традиции отечественного образования. Даже поверхностный анализ действующих учебников показывает, что важные математические идеи почти исчезли или сильно деформированы, заслонены ненужными деталями и громоздкими выкладками. К примеру, в алгебре основной школы исчезла идея буквенного, символьного исчисления (она оказалась замененной функциональным подходом). Практически отсутствует идея симметрии. Чтобы ощутить ее содержательность, вспомните, например, популярное в былые годы учебное пособие Н.Я. Виленкина «Симметрия в алгебре» или взгляните на перечень упражнений по многочленам и рациональным дробям в любом старом задачнике (Пржевальский, Шапошников и Вальцев, Кречмар и т.д.). Все знакомство с последовательностями (и это в век информатизации, когда идея пошаговых конструкций стала центральной) ограничивается прогрессиями, да и то на уровне задач на нахождение параметров этих прогрессий, в конечном счете — на составление и решение простых уравнений. Резко уменьшено развитие понятия о числе, ослаблены конструктивные подходы как в алгебре, так и в геометрии и т.д.

Одновременно курс оказался засоренным массой бессмысленных, не свойственных математике нагромождений. Непомерно разрослась роль разговоров об областях определения, допустимых значениях и т.п., много схоластики развелось вокруг радикалов. Игра вокруг оснований для

степеней и логарифмов приняла устрашающие размеры. Кто из математиков когда-либо встречал логарифмы по основанию, скажем, $\sin x$. В ходу всего три основания – десятичные, натуральные и двоичные логарифмы. Ими бы и ограничиться, внедрив одновременно важную идею пропорциональности между логарифмами по разным основаниям.

Другой важной стороной того, что я понимаю под содержательностью курса, является включение в него учебных заданий, действительно характерных для математики и ее приложений, не ограничиваясь упражнениями «на отработку» основных понятий. Эта задача намного сложнее первой, и найденные способы ее решения будут отражены в последующих публикациях автора. Скажу лишь, что учебные задания я вижу в самых разнообразных формах (тренажеры, сюжеты, игры, исследовательские работы, визуальные тесты и т.д.) — это дает возможность обеспечить выбор средств реализации целей обучения. Задания имеет смысл структурировать прежде всего по различным типам деятельности, а затем уже по их трудности. Со многими важными математическими идеями ученик сможет познакомиться не теоретически (что может оказаться непосильным), а в процессе выполнения задания.

2. Увлекательность математики. Проблема развития интереса к математике всегда была в центре внимания учителей и методистов. В ее решении есть много достижений (как общего, так и частного характера), которые я не стану перечислять. Однако в значительной степени они относятся к практике обучения и в меньшей степени — к учебникам, которые по своему языку, оформлению и структуре остаются очень серыми и скучными.

Главный источник увлекательности математики содержится в ней самой. Но для того, чтобы незнакомая, чуждая ученику деятельность стала для него увлекательной, его надо сначала привлечь. Прежде всего, ученику следует предложить нечто привлекательное сначала во внешней среде учебника, а затем уже в содержательных заданиях. Приведу один пример. В учебнике математики для 10–11-х классов гуманитарного профиля естественно цитировать стихи, упомянуть имена ученых, философов и писателей. Очень вероятно, что увлеченный литературой старшеклассник

захочет разобраться, что же связывает с математикой Достоевского или Бродского.

3. Доступность курса. Для меня доступность учебника вовсе не означает ограниченность в выборе материала, легковесность его подачи, боязнь введения новых понятий и употребления научных терминов, отказ от трудных задач, откуда уже один шаг к бессодержательности. Прежде всего мой личный учительский опыт и анализ опыта моих коллег подтвердил изначально присущий мне оптимистический взгляд на возможности учеников. Сразу хочу подчеркнуть, что сюда входит опыт работы в учебных заведениях разного уровня, включая пятнадцатилетнюю работу в средних ПТУ.

Нормальный человек в школьном возрасте способен воспринять основные математические идеи. Другое дело, как определить уровень этого восприятия, что ожидать в качестве результата и как его оценивать. В целом обязательные требования к теоретической подготовке представляются даже более скромными, чем те, которые реализованы в действующих учебниках. Я против излишнего теоретизирования, «умствования», увлечения формальными определениями, жесткими обозначениями и т.п. Одновременно считаю невозможным (и ненужным) овладение всеми учениками практическим применением *полного* объема полученных теоретических знаний. Многое может оставаться на уровне знакомства, частного опыта работы. Но это должен быть опыт работы действительно с серьезной и содержательной ситуацией,

что может оставить след на всю жизнь. На мой взгляд, если в контрольных материалах по курсу 7-го класса предлагают «задачу» «упростить $5x + 6x + x$ », то под флагом доступности из учеников делают идиотов.

Доступность для всех учеников трудных на первый взгляд задач может быть обеспечена постепенным, индуктивным «вхождением в ситуацию» — разбором конкретных примеров, иллюстрациями, подсказками и т.п.

Я убежден, что содержательность и доступность не противоречат друг другу. Например, считаю вполне доступным для семиклассников рассказ о биноме Ньютона, ограничив обязательные требования умением возводить в квадрат и куб сумму двух выражений, но одновременно познакомив учеников с треугольником Паскаля, от-

Важные математические идеи почти исчезли или сильно деформированы, заслонены ненужными деталями и громоздкими выкладками.

крыв им путь возведения бинома в любую степень, предложив ряд содержательных алгебраических и комбинаторных заданий названной темы. Хотелось бы, чтобы они встретились со словами «бином Ньютона» на уроке математики раньше, чем они прочтут знаменитый роман М. Булгакова.

4–6. Развитие интеллекта, связь с общественной культурой, воспитательное воздействие. Вторая половина требований, выдвинутых мной к обучению математике в школе, тесно связана с теми приоритетами, которые складываются в настоящее время в определении целей (ценностей) школьного математического образования. Я приведу формулировку целей (ценностей), которую я предложил для нового проекта стандарта математического образования.

Математика занимает одно из центральных мест в общей системе образования. Эта ее роль определяется глубоким богатством математических идей и результатов, накопленных человечеством за тысячи лет развития и являющихся существенной частью его культурного наследия, непрерывно расширяющимся спектром приложений математики к самым различным сторонам жизни и деятельности человека, несомненным влиянием математики на воспитание важнейших личностных качеств, ее воспитательным потенциалом.

Слова Галилея о том, что «книга природы написана на языке математики», сказанные четыреста лет назад и подтверждаемые каждым новым поколением, являются достаточным основанием для того, чтобы отвести математике подобающее место в системе общего образования.

Математическое образование в основной и старшей школе ориентировано на достижение следующих целей (ценностей) и результатов.

— Освоение системы математических знаний как неотъемлемой части человеческой культуры, ознакомление с ведущими математическими идеями и результатами, историей их развития, влиянием на жизнь современного общества.

— Вклад средствами математики в индивидуальное развитие личности, прежде всего, в таких направлениях, как точность и ясность мысли, интеллектуальная честность, воля и целеустремленность в поисках и принятии решений, сообразительность, интуиция, развитость пространственных представлений, способность ориентироваться в новых ситуациях, стремление к применению полученных знаний, умение и желание постоянно

учиться, воспринимать новое, уважение к значимости научных знаний, творческая активность и самостоятельность, способность воспринимать красоту и гармонию мира.

— Владение знаниями и умениями, необходимыми для успешного продолжения образования, применения в текущей и будущей практической жизни и деятельности, осознанного социального и профессионального самоопределения.

Приоритет, отдаваемый вкладу математического образования в развитие общих личностных

качеств — по сравнению с утилитарным подходом, в большей степени ориентированным на применение готовых и сложившихся знаний, — обусловлен

современным этапом развития общества, резким ростом его информационной культуры, модернизацией общего образования.

Из этой формулировки ясно, что в определении целей (ценностей) математического образования предпочтение отдается развивающим и воспитательным его функциям — по сравнению с господствующей по настоящее время прагматической точкой зрения на обучение математике, когда во главу угла ставится ее использование в других предметах, в так называемой «реальной жизни» и для продолжения образования. Хочу отметить, что декларируемое повсюду главенство развивающего и индивидуального подхода в обучении пока остается лишь намерением — оно слабо обеспечено существующими учебниками и методическими материалами.

Новые учебники призваны дать посильное решение указанной проблемы. Какими средствами это может быть достигнуто?

Для определения и создания необходимых средств, с помощью которых мы сможем максимально эффективно влиять на интеллектуальное развитие ученика, необходимо разобраться в трех позициях:

— какова структура интеллектуальной деятельности ученика при обучении математике, каковы ее основные параметры;

— какие приоритеты мы должны отдать различным видам этой деятельности, в какой пропорции соединить их в систему математического образования, чтобы наиболее успешно выполнить стоящие перед нами педагогические задачи;

— что математика и методика ее преподавания могут предложить для конструирования такой системы?

Главный источник увлекательности математики содержится в ней самой.

Вариант ответа на первый вопрос со стороны психолога дан в монографии М.А. Холодной «Психология интеллекта: парадоксы исследования», вышедшей в последние годы двумя изданиями. Положения этой книги хорошо коррелируют с преподаванием математики. Об этом говорит тот факт, что ее автор является одним из научных руководителей программы МПИ (математика, психология, интеллект), реализуемой на базе Томского университета, а также соавтором ряда учебных пособий по математике. Не желая перегружать данную статью подробным изложением теории интеллекта, перейду сразу к тем выводам, которые можно извлечь из этой теории для структуризации математической учебной деятельности. Стоит упомянуть, что первая версия этой структуры была нами построена около двадцати лет назад, задолго до знакомства с результатами психологов, и опубликована, в частности, в «Математике в школе» (№ 3/1993).

Интеллектуальные возможности ученика в процессе обучения математике проявляются, с одной стороны, в том, как он воспринимает, понимает и объясняет себе и другим открывающиеся ему новые математические знания, и, с другой стороны, в том, как он решает задачи, применяя полученные знания. Развитию первой грани интеллектуальных возможностей с помо-

щью учебника служит его теоретическая часть; вторая грань интеллектуального развития может быть обеспечена структурой учебных заданий в соответствии с выделенными нами основными *познавательными стилями* в постановке и решении задач. Мы выделили шесть важнейших стилей:

- алгоритмический (решение задач по образцу, известному правилу, алгоритму);
- визуальный (нахождение связей, соответствий, сравнение разных информационных языков);
- прикладной (использование готовых математических моделей, построение и исследование новых);
- дедуктивный (решение задач на доказательство, проведение дедуктивных рассуждений);
- исследовательский (комплексный вид деятельности, включающий сбор информации, эвристический этап, открывающий дорогу к обобщениям);
- комбинаторный (ориентация на перебор вариантов, конструирование такого перебора, проведение необходимых подсчетов и оценок).

Ответ на вопрос о том, в какой пропорции соединить выделенные стили учебной работы, иными словами, как организовать работу с учебником, какие задания предлагать учащимся, лежит вне рамок учебника.

Шеф-редактор: С. Островский
Главный редактор: Л. Рослова
Ответственный секретарь: Т. Черкавская
Редакторы: П. Камаев, И. Бокова,
О. Макарова
Корректор: А. Громова
Компьютерная верстка: Л. Кукушкина

Учредитель
ООО
«Чистые пруды»
Газета
«Математика»
выходит
2 раза в месяц
Цена свободная

Адрес редакции и издателя:
ул. Киевская, д. 24, Москва 121165.
Тел./Факс: (499) 249 3138
Отдел рекламы: (499) 249 9870
Редакция газеты «Математика»:
тел.: (499) 249 3460
E-mail: mat@1september.ru
WWW: http://mat.1september.ru

Индексы подписки:
каталог агентства «Роспечать»
32 030 (для индивидуальных подписчиков)
32 594 (для организаций)
каталог агентства «Почта России»
79 073 (для индивидуальных подписчиков)
79 583 (для организаций)
Зарегистрировано Министерством РФ по делам
печати, ПИ № 77-7236 от 12.04.01
Зак. № Тираж 19 000
Подписано в печать 9.06.2010

Отпечатано в ОАО «Чеховский полиграфический комбинат», ул. Полиграфистов, д. 1, Московская область, г.Чехов 142300

Фото: фотобанк Shutterstock

Документооборот Издательского дома «Первое сентября» защищен
антивирусной программой Dr.Web

Dr.WEB®
Антивирус

**ИЗДАТЕЛЬСКИЙ ДОМ
«ПЕРВОЕ СЕНТЯБРЯ»**
главный редактор —
А. Соловейчик

ГАЗЕТЫ ИЗДАТЕЛЬСКОГО ДОМА

Первое сентября
гл. ред. — Е. Бирюкова;
Английский язык
гл. ред. — Е. Громушкина;
Библиотека в школе
гл. ред. — О. Громова;
Биология
гл. ред. — Н. Иванова;

География

гл. ред. — О. Коротова;
Дошкольное образование
гл. ред. — М. Аромштам;
Здоровье детей
гл. ред. — Н. Семина;
Информатика
гл. ред. — С. Островский;
Искусство
гл. ред. — М. Сартан;
История
гл. ред. — А. Савельев;

**Классное руководство
и воспитание школьников**

гл. ред. — О. Леонтьева;
Литература
гл. ред. — С. Волков;
Математика
гл. ред. — Л. Рослова;
Начальная школа
гл. ред. — М. Соловейчик;
Немецкий язык
гл. ред. — М. Бузоева;
Русский язык
гл. ред. — Л. Гончар;

Спорт в школе

гл. ред. — О. Леонтьева;
Управление школой
гл. ред. — Я. Сартан;
Физика
гл. ред. — Н. Козлова;
Французский язык
гл. ред. — Г. Чесновицкая;
Химия
гл. ред. — О. Блохина;
Школьный психолог
гл. ред. — И. Вачков.

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ ПОДПИСКА Тел.: (499) 249-47-58 E-mail: podpiska@1september.ru